

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu dari matematika yang sudah ada sejak lebih dari dua ratus tahun yang lalu. Paper pertama tentang teori graf muncul pada tahun 1736, oleh matematikawan terkenal dari Swiss bernama Leonhard Euler.

Graf merupakan pasangan berurut titik dan sisi. Suatu graf adalah himpunan benda-benda yang disebut titik (*vertex* atau *node*) yang terhubung oleh sisi (*edge*) atau busur (*arc*). Teori graf adalah cabang kajian matematika diskrit yang mempelajari sifat-sifat graf. Salah satu yang menarik untuk dikaji adalah tentang pelabelan dari suatu graf.

Suatu fungsi dari A ke B adalah suatu aturan yang memasangkan setiap unsur di himpunan A dengan tepat satu unsur di B . Fungsi f dikatakan fungsi injektif (satu-satu) jika untuk setiap $x_1 \neq x_2$ akan berlaku $f(x_1) \neq f(x_2)$. Fungsi f dikatakan fungsi surjektif (pada) jika untuk setiap $b \in B$ terdapat $x \in A$ sedemikian sehingga $f(x) = b$. Fungsi f dikatakan fungsi bijektif jika f merupakan fungsi injektif(satu-satu) dan surjektif(pada). Pelabelan ajaib dan anti-ajaib merupakan fungsi bijektif yang memetakan setiap titik atau sisi ke bilangan asli yang disebut label. Jika suatu pelabelan hanya memetakan himpunan titik maka disebut pelabelan titik, dan apabila hanya memetakan himpunan sisi maka disebut pelabelan sisi. Jika memetakan himpunan titik dan sisi maka disebut pelabelan total.

Pada pelabelan terdapat istilah bobot titik yakni jumlah label titik dan label semua sisi yang terkait dengan titik tersebut. Suatu konsep pelabelan total titik ajaib telah diperkenalkan oleh Kotzig dan Rosa yaitu dengan mendefinisikan suatu pelabelan total titik ajaib dari graf G sebagai fungsi bijektif $f : V(G) \cup E(G) \rightarrow \{1, 2, \dots, p + q\}$ dengan p merupakan banyaknya titik dan q merupakan banyaknya sisi sedemikian sehingga setiap titik mempunyai bobot yang sama[5].

Adapun beberapa kelas graf menurut banyaknya sisi yang terkait terhadap titik antara lain, graf reguler yaitu graf yang derajat setiap titiknya sama apabila terdapat derajat titik yang berbeda maka disebut graf ireguler. Graf kubik adalah graf reguler yang setiap titiknya berderajat tiga.

Pada[7] telah diperoleh bahwa tidak terdapat pelabelan total sisi ajaib super pada graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$. Karena graf $C_{n,2n,n}$ juga merupakan graf kubik, maka dapat dinyatakan bahwa tidak ada pelabelan sisi ajaib pada graf $C_{n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$. Pada tugas akhir ini akan ditentukan apakah terdapat pelabelan total titik ajaib super dan bagaimana cara menentukan pelabelan tersebut pada graf kubik $C_{n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, permasalahan yang akan dikaji dalam tulisan ini adalah menentukan apakah terdapat suatu pelabelan total titik ajaib super pada graf kubik $C_{n,2n,n}$ dengan $n \geq 3$ serta menentukan nilai k^* , dimana k^* adalah (*konstanta ajaib*) untuk pelabelan total titik ajaib super.

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah menunjukkan salah satu cara untuk melabeli graf kubik $C_{n,2n,n}$ dengan $n \geq 3$ sedemikian sehingga terdapat pelabelan total titik ajaib super. Penentuan nilai konstanta ajaib dan cara memberi label pada pelabelan tersebut guna untuk menambah hasil penelitian tentang pelabelan total titik ajaib pada graf.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari tugas akhir ini adalah Bab I Pendahuluan, yang berisikan latar belakang, perumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisikan tentang landasan teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini. Bab III Pembahasan, berisikan penjelasan tentang pelabelan total titik ajaib super graf kubik $C_{n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$. Bab IV Kesimpulan, berisikan kesimpulan dari tugas akhir. Hasil baru pada tugas akhir ini dinotasikan oleh ♦.