

BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, diperoleh kesimpulan sebagai berikut:

1. Model dinamika glukosa, insulin dan sel β diberikan oleh sistem persamaan diferensial nonlinier berikut:

$$\begin{aligned}\frac{d\beta}{dt} &= (-d_0 + r_1 G - r_2 G^2)\beta \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta \sigma G^2}{(\alpha + G^2)} - (\rho + k)I \\ \frac{dG}{dt} &= R_0 + G_e - (E_{G0} + S_I I)G,\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

dengan G adalah kadar glukosa dalam darah, I adalah kadar insulin dalam darah dan β adalah Massa sel β .

2. Dalam model dinamika glukosa, insulin dan sel β terdapat tiga titik tetap hiperbolik dan satu titik tetap nonhiperbolik, yaitu:

- i. Titik tetap pertama $E_1 = (\beta_1, I_1, G_1)$ dengan,

$$\beta_1 = 0,$$

$$I_1 = 0,$$

$$G_1 = \frac{R_0 + G_e}{E_{G0}}.$$

Titik tetap pertama E_1 stabil asimtotik jika,

$$r_1 \frac{R_0 + G_e}{E_{G0}} < d_0 + r_2 \frac{(R_0 + G_e)^2}{E_{G0}^2}.$$

ii. Titik tetap kedua $E_2 = (\beta_2, I_2, G_2)$ dengan,

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{(\rho + k)}{S_I \sigma} \cdot \frac{\left(4r_2^2 \alpha + (r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})^2\right)}{(r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})^3} \\ &\quad \times \left(2r_2(R_0 + G_e) - E_{GO}(r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})\right), \\ I_2 &= \frac{2r_2(R_0 + G_e) - E_{GO}(r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})}{S_I(r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})}, \\ G_2 &= \frac{r_1 + \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0}}{2r_2}. \end{aligned}$$

Titik tetap kedua stabil asimtotik jika,

$$(i). \frac{(\rho + k)}{G_2^2(\alpha + G_2^2)} \left((-2\alpha E_{GO} G_2 + (R_0 + G_e)(3\alpha + G_2^2)) (R_0 + G_e + (\rho + k)G_2) - (R_0 + G_e - E_{GO} G_2)(r_1 - 2r_2 G_2) (G_2^2(\alpha + G_2^2)) \right) > 0,$$

$$(ii). (\rho + k)(R_0 + G_e - E_{GO} G_2)(r_1 - 2r_2 G_2) > 0.$$

iii. Titik tetap ketiga $E_3 = (\beta_3, I_3, G_3)$, dengan,

$$\begin{aligned} \beta_3 &= \frac{(\rho + k)}{S_I \sigma} \cdot \frac{\left(4r_2^2 \alpha + (r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})^2\right)}{(r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})^3} \\ &\quad \times \left(2r_2(R_0 + G_e) - E_{GO}(r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})\right), \\ I_3 &= \frac{2r_2(R_0 + G_e) - E_{GO}(r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})}{S_I(r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0})}, \\ G_3 &= \frac{r_1 - \sqrt{r_1^2 - 4r_2 d_0}}{2r_2}. \end{aligned}$$

Sedangkan titik tetap ketiga stabil asimtotik jika,

$$(i). \frac{(\rho + k)}{G_3^2(\alpha + G_3^2)} \left((-2\alpha E_{GO} G_3 + (R_0 + G_e)(3\alpha + G_3^2)) (R_0 + G_e + (\rho + k)G_3) - (R_0 + G_e - E_{GO} G_3)(r_1 - 2r_2 G_3) (G_3^2(\alpha + G_3^2)) \right) > 0,$$

$$(\rho + k)G_3) - (R_0 + G_e - E_{G0}G_3)(r_1 - 2r_2G_3) (G_3^2(\alpha + G_3^2)) \Big) > 0,$$

$$(ii). (\rho + k)(R_0 + G_e - E_{G0}G_3)(r_1 - 2r_2G_3) > 0.$$

iv. Titik tetap keempat $E_4 = (\beta_4, I_4, G_4)$, dengan

$$\beta_4 = \frac{(\rho + k)(2r_2(R_0 + G_e) - E_{G0}r_1)(4r_2^2\alpha + r_1^2)}{S_I\sigma r_1^3},$$

$$I_4 = \frac{2r_2(R_0 + G_e) - E_{G0}r_1}{S_I r_1},$$

$$G_4 = \frac{r_1}{2r_2}.$$

Titik tetap ini merupakan titik tetap nonhiperbolik.

3. Simulasi menunjukkan bahwa epinefrin berperan signifikan terhadap dinamika sistem. Pada titik tetap patologis, epinefrin mempercepat sistem menuju kondisi diabetes. Pada titik tetap fisiologis, ia memperlambat laju menuju keseimbangan meski hasil akhirnya tetap sehat. Sementara itu, pada titik tetap tidak stabil, epinefrin meningkatkan sensitivitas sistem terhadap nilai awal yang dapat menggeser arah dinamika menuju kondisi patologis.

4.2 Saran

Adapun saran dari penulis untuk penelitian berikutnya adalah model dinamika glukosa, insulin, dan massa sel β dengan mempertimbangkan pengaruh hormon lainnya yang mempengaruhi keseimbangan glukosa darah.