

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh matematikawan Swiss, Leonhard Euler, pada tahun 1736 ketika mencoba menyelesaikan permasalahan Jembatan Königsberg. Dalam konteks teori graf, permasalahan ini dimodelkan dengan cara merepresentasikan kota sebagai titik (*vertex*) dan jembatan sebagai sisi (*edge*). Selanjutnya, keberhasilan Leonhard Euler dalam menganalisis permasalahan ini menandai lahirnya teori graf sebagai cabang baru dalam matematika. Seiring dengan perkembangannya, teori graf terus mengalami kemajuan pesat dengan berbagai bidang kajian, seperti pewarnaan titik, pewarnaan sisi, bilangan rainbow connection, dimensi metrik, dimensi partisi, dan bilangan Ramsey [1].

Salah satu konsep dalam teori graf yang menjadi kajian utama dan mendapat banyak perhatian adalah ilangan Ramsey. Konsep ini pertama kali dikemukakan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930 dalam publikasinya berjudul "On a Problem of Formal Logic" [2]. Selanjutnya, pada tahun 1935 konsep ini dikembangkan lebih lanjut oleh Erdős dan Szekeres lalu diaplikasikan dalam teori graf [3]. Ide dasar dari bilangan Ramsey adalah bahwa untuk setiap bilangan asli m dan n , terdapat bilangan terkecil t , yang disebut bilangan

Ramsey $R(m, n)$, dengan sifat bahwa setiap pewarnaan dua warna (misalnya merah dan biru) pada semua sisi graf lengkap K_t akan selalu menghasilkan subgraf lengkap K_m yang seluruh sisinya berwarna merah atau subgraf lengkap K_n yang seluruh sisinya berwarna biru. Bilangan t yang memenuhi kondisi tersebut dikenal sebagai bilangan Ramsey klasik [4].

Karena kompleksitas dalam menentukan bilangan Ramsey klasik untuk berbagai nilai m dan n , penelitian dalam bidang ini diperluas ke bilangan Ramsey untuk graf yang tidak harus graf lengkap. Kajian ini dikenal sebagai bilangan Ramsey graf. Secara formal, untuk sebarang graf F dan G , bilangan Ramsey $R(F, G)$ didefinisikan sebagai bilangan asli terkecil n yang memenuhi kondisi bahwa setiap pewarnaan merah-biru pada sisi graf lengkap K_n selalu menghasilkan subgraf F berwarna merah atau subgraf G berwarna biru [5].

Kemudian, bilangan Ramsey dikembangkan untuk dua partit yaitu bilangan Ramsey bipartit. Selanjutnya, Burger dan Vureen pada tahun 2004 memperluas kajian tentang bilangan Ramsey dengan memperkenalkan bilangan Ramsey multipartit dengan membaginya menjadi bilangan Ramsey multipartit himpunan (R-M-H) dan bilangan Ramsey multipartit ukuran (R-M-U) [6] [7]. Pada awalnya, penelitian tentang bilangan Ramsey multipartit difokuskan pada graf multipartit seimbang lengkap. Misalkan terdapat $K_{j \times \zeta}$, di mana bilangan (R-M-U) merupakan bilangan Ramsey untuk graf multipartit seimbang dengan j himpunan partit dan ζ menyatakan banyak titik di setiap partit.

Lebih lanjut, untuk bilangan asli j, l, n, s , dan t dengan $n, s \geq 2$,

bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(K_{n \times l}, K_{s \times t})$ didefinisikan sebagai bilangan asli terkecil ζ sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf multipartit seimbang lengkap $K_{j \times \zeta}$ akan selalu menghasilkan subgraf $K_{n \times l}$ berwarna merah atau subgraf $K_{s \times t}$ berwarna biru.

Pada tahun 2005, Syafrizal Sy, dkk. mengembangkan konsep pada bilangan Ramsey multipartit ukuran tanpa harus menggunakan graf multipartit lengkap. Misalkan diberikan dua graf sebarang F dan G , maka bilangan R-M-U $m_j(F, G) = t$ didefinisikan sebagai bilangan asli terkecil t sedemikian sehingga untuk setiap faktorisasi $K_{j \times t} := F_1 \oplus F_2$, selalu terdapat $F_1 \supseteq F$ atau $F_2 \supseteq G$ [8]. Kajian mengenai bilangan Ramsey multipartit ukuran telah berkembang untuk berbagai jenis graf, salah satunya adalah pada kombinasi graf pohon dan graf lintasan. Penelitian tersebut mengkaji bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(T_n, P_3)$ untuk $j \geq 3$, seperti yang telah dibahas oleh Putri, Y. S., dkk. (2021) [9].

Bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(F, G)$, dengan $F = 2K_2$ dan $G = C_n$, merepresentasikan kombinasi antara graf *stripes* dan graf lingkaran. Hingga saat ini, kajian terhadap kombinasi tersebut belum banyak dilakukan. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji bilangan Ramsey multipartit ukuran pada kombinasi graf *stripes* $2K_2$ dan graf lingkaran C_n guna memperluas pemahaman terhadap teori Ramsey pada graf multipartit.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang penelitian, rumusan masalah yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran (R-M-U) untuk kombinasi graf *stripes* $2K_2$ dengan graf lingkaran.

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan di atas, penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran (R-M-U) $m_j(2K_2, C_n)$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini terdiri dari beberapa bab yaitu Bab I pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori, yang berisi tentang teori dasar dan teori pendukung yang akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini. Bab III berisi hasil dan pembahasan, bilangan Ramsey Multipartit Ukuran R-M-U untuk kombinasi graf *stripes* $2K_2$ dengan graf lingkaran C_n . Bab IV berisi kesimpulan dan saran dari hasil penelitian ini. Hasil penelitian skripsi ini dinyatakan dalam bentuk teorema yang diberi tanda $\diamond$.