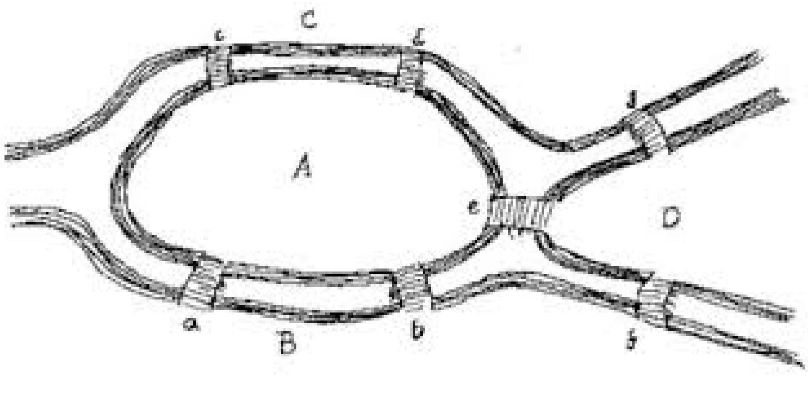
BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf bermula dari suatu teka-teki pada jembatan di Kota Konigsberg, Prussia Timur (sekarang Kaliningrad, Rusia). Kota tersebut dibangun di dekat muara Sungai Pregel yang membagi kota menjadi empat daratan. Untuk menghubungkan keempat daratan tersebut, dibangun tujuh jembatan seperti pada Gambar 1.1.1. Dari rute jembatan Konigsberg ini muncullah pertanyaan, apakah terdapat rute yang dapat melintasi semua jembatan tanpa melewati jembatan yang sama lebih dari satu kali. Meskipun rute tersebut telah lama dianggap mustahil, verifikasi secara matematis baru dipresentasikan oleh seorang ahli matematika bernama Leonhard Euler (1707-1783) di Akademi Petersburg pada 26 Agustus 1735 [1].

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA



Gambar 1.1.1: Jembatan Konigsberg

Euler melambangkan Pulau Kneiphof dengan huruf A dan tiga daratan lainnya dengan B, C, dan D. Tujuh jembatan yang melintasi Sungai Pregel dilambangkan dengan a, b, c, d, e, dan f. Dalam makalahnya, Euler menjelaskan apa yang harus terjadi jika terdapat rute yang melintasi masing-masing jembatan tepat satu kali [1]. Dengan terpecahkannya teka-teki jembatan Konigsberg, hingga kini teori graf berkembang menjadi suatu cabang dalam ilmu matematika.

Graf merupakan suatu himpunan titik yang dihubungkan oleh himpunan sisi hingga membentuk suatu pola. Dalam perkembangan teori graf, terdapat beberapa kajian seperti pewarnaan titik, pewarnaan sisi, bilangan *rainbow connection*, bilangan kromatik lokasi, bilangan Rado, dan bilangan Ramsey. Teori Ramsey sendiri diperkenalkan pada tahun 1930 oleh Frank Plumton Ramsey dalam makalahnya yang berjudul "On a Problem of Formal Logic" [2]. Selanjutnya pada tahun 1935 teori Ramsey diaplikasikan oleh Erdos dan Szekeres ke dalam teori graf yang menghasilkan konsep bilangan Ramsey klasik [3]. Teori Ramsey mempunyai banyak penerapan antara lain dalam bidang matematika, teknik informasi, komputer dan ilmu ekonomi.

Diberikan bilangan asli m dan n, maka didefinisikan bilangan Ramsey *r(m,n)* merupakan bilangan asli terkecil p sedemikian sehingga untuk setiap pewarnaan semua sisi pada graf lengkap K_p diberi 2 pewarnaan merah dan biru, maka pasti terdapat graf lengkap K_m merah atau graf lengkap K_n biru sebagai subgraf dari graf K_p [4]. Bilangan bulat terkecil p pada pernyataan tersebut disebut bilangan Ramsey klasik [5]. Sejauh kajian teori Ramsey yang ada hingga saat ini, hanya sembilan bilangan Ramsey klasik yang ditemukan oleh para matematikawan di dunia, yaitu r(3,3)=6, r(3,4)=9, r(3,5)=14, r(3,6)=18, r(3,7)=23, r(3,8)=28, r(3,9)=36, r(4,4)=18, dan r(4,5)=25 [6].

Karena sulitnya para matematikawan untuk mendapatkan bilangan Ramsey klasik yang baru, maka kajian bilangan Ramsey diperluas dan berkembang, seperti bilangan Ramsey untuk dua graf sebarang yang disebut bilangan Ramsey graf r(F,G). Setelah perkembangan lebih lanjut, kajian lainnya ditemukan yaitu bilangan Ramsey untuk dua partit yang disebut bilangan Ramsey bipartit b(m,n). Dari penemuan bilangan Ramsey bipartit yang ditemukan kemudian diperumum dan diperoleh kajian baru yaitu bilangan Ramsey multipartit.

Bilangan Ramsey multipartit mulai dikenal dan populer melalui kajian Burger dan Vuuren pada tahun 2004 dalam sebuah makalah dengan judul "Ramsey Numbers in Complete Balanced Graphs", dimana pada jurnal ini membahas tentang bilangan Ramsey multipartit himpunan [7] dan bilangan Ramsey multipartit ukuran [8] untuk kombinasi graf multipartit seimbang lengkap.

Konsep dari bilangan Ramsey multipartit ukuran yaitu misal $K_{j\times\zeta}$ adalah suatu graf multipartit seimbang lengkap yang terdiri dari j partit dan ζ titik di setiap partit. Misalkan j, l, n, s, dan t bilangan asli terkecil dengan n, $s \geq 2$. Bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(K_{n\times l},\ K_{s\times t})$ adalah bilangan asli terkecil ζ sedemikian sehingga untuk sebarang pewarnaan dari sisi $K_{j\times\zeta}$ menggunakan dua warna merah dan biru, maka $K_{j\times\zeta}$ ini harus memuat $K_{n\times l}$

merah atau $K_{s\times t}$ biru sebagai subgraf dari $K_{j\times\zeta}$ [8].

Misal terdapat graf sebarang F dan G, maka bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(F,G)$ adalah suatu bilangan asli terkecil p sedemikian sehingga jika semua sisi dari graf multipartit seimbang lengkap $K_{j\times p}$ diberi sebarang pewarnaan merah-biru, maka graf $K_{j\times p}$ haruslah memuat subgraf F berwarna merah atau subgraf G berwarna biru. Penelitian terkait bilangan Ramsey ini pernah dikaji oleh Syafrizal Sy, dkk [9] terkait bilangan Ramsey multipartit ukuran kombinasi graf lintasan dengan graf lainnya. Pada 2019, Anie Lusiani, dkk [10] telah melakukan penelitian terkait bilangan Ramsey multipartit ukuran pada kombinasi graf bintang dengan graf lintasan dan graf lingkaran. Ayu Assari Lubis [**Lubis**] juga mengkaji dalam skripsinya bilangan Ramsey multipartit himpunan kombinasi graf P_3 dengan graf roda W_n untuk $n \geq 3$ dan $j = 4$.

Berdasarkan beberapa hasil penelitian di atas, kajian bilangan Ramsey multipartit yang telah diteliti salah satunya yaitu bilangan Ramsey multipartit kombinasi graf lintasan dan graf roda $m_j(F,G)$ dengan $F = P_m$ dan $G = W_n$. Penelitian bilangan Ramsey multipartit ukuran yang dipilih ialah kombinasi graf $m_j(P_3, W_n)$ dengan $j, n \geq 3$ yang artinya jumlah partit dan banyak titik di graf roda itu tak hingga, tetapi membatasi jumlah titik pada graf lintasan dengan $m = 3$. Hal ini karena untuk meneliti dengan jumlah m yang tak hingga perlu banyak pembuktian bilangan Ramsey multipartit ukuran dari kombinasi tersebut, sehingga penelitian ini cukup untuk mencari bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf

$m_j(P_3, W_n)$ saja. Dengan demikian penelitian ini diharapkan dapat menjadi pembuka jalan untuk penelitian selanjutnya dalam mengembangkan kajian bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk $m_j(P_m, W_n)$ dengan $m > 3$ dan $j, n \geq 3$ sehingga dapat ditemukan.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, rumusan masalah yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(P_3, W_n)$ dengan $j, n \geq 3$.

1.3 Tujuan Penelitian

Dari rumusan masalah di atas, tujuan penelitian ini adalah menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi $m_j(P_3, W_n)$ dengan $j, n \geq 3$ yang akan ditunjukkan dalam bentuk teorema yang disertai dengan pembuktian.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada penelitian ini disusun menjadi beberapa bab. Bab I berisi pendahuluan yang terdiri dari latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II berisi landasan teori yang terdiri dari konsep dasar, definisi, dan teori yang digunakan dalam penelitian ini. Bab III berisi pembahasan bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi $m_j(P_3, W_n)$ dengan $j, n \geq 3$ yang

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

memaparkan hasil dalam bentuk teorema yang disertai dengan pembuktian. Bab IV berisi kesimpulan dari hasil yang diproleh pada Bab III dan juga berisi saran dari hasil penelitian ini.