

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut:

1. Model matematika dinamika perilaku *bullying* di sekolah yang terdiri dari empat subpopulasi, yaitu *Susceptible* (S), *Bullies* (B), *Exposed* (E), dan *Violent* (V) diberikan oleh sistem persamaan diferensial nonlinier berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= A - \beta SB - \alpha SB - \mu S + \gamma B + \epsilon E \\
 \frac{dB}{dt} &= -\gamma B + \alpha SB - \mu B \\
 \frac{dE}{dt} &= -\epsilon E - \delta E + \beta SB + \lambda V - \mu E \\
 \frac{dV}{dt} &= -\lambda V + \delta E - \mu V.
 \end{aligned}
 \tag{4.1.1}$$

2. Sistem (4.1.1) memiliki dua titik ekuilibrium, yaitu:

- (a) Titik ekuilibrium bebas-*bullying* yaitu

$$\begin{aligned}
 T^0 &= (S^0, B^0, E^0, V^0) \\
 T^0 &= \left(\frac{A}{\mu}, 0, 0, 0 \right).
 \end{aligned}
 \tag{4.1.2}$$

(b) Titik ekuilibrium endemik yaitu

$$T^* = (S^*, B^*, E^*, V^*)$$

dimana

$$\begin{aligned} S^* &= \frac{\mu + \gamma}{\alpha}, \\ B^* &= \frac{A}{\mu + \frac{\beta}{\alpha}(\mu + \gamma)(1 - \frac{\epsilon}{C})} \left(1 - \frac{1}{R_0}\right), \\ E^* &= \frac{A\beta(\mu + \gamma)}{\alpha C \left[\mu + \frac{\beta}{\alpha}(\mu + \gamma)(1 - \frac{\epsilon}{C})\right]} \left(1 - \frac{1}{R_0}\right), \\ V^* &= \frac{A\delta\beta(\mu + \gamma)}{\alpha C(\lambda + \mu) \left[\mu + \frac{\beta}{\alpha}(\mu + \gamma)(1 - \frac{\epsilon}{C})\right]} \left(1 - \frac{1}{R_0}\right). \end{aligned} \quad (4.1.3)$$

dimana $C = \epsilon + \mu + \frac{\mu\delta}{\lambda + \mu}$.

3. Berdasarkan hasil analisis kestabilan, diperoleh hasil berikut:

- Titik ekuilibrium bebas-*bullying* bersifat stabil asimtotik apabila bilangan reproduksi dasar $R_0 < 1$.
- Titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik jika $R_0 > 1$ dan memenuhi Kriteria Routh-Hurwitz berikut

- (a) $a_1 > 0$
- (b) $a_1 a_2 - a_3 > 0$
- (c) $a_3(a_1 a_2 - a_3) - a_1^2 a_4 > 0$
- (d) $a_4 > 0$.

4. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa sistem akan mencapai

keadaan stabil baik pada kondisi bebas-*bullying* maupun endemik. Pada kasus endemik, peningkatan nilai parameter α menyebabkan peningkatan awal jumlah pelaku dan korban, namun sistem tetap menstabilkan populasi dalam jangka panjang. Simulasi juga menunjukkan bahwa faktor-faktor seperti laju transisi kembali ke rentan dan rekrutmen populasi rentan berpengaruh dalam mengendalikan penyebaran *bullying*.

4.2 Saran

Penelitian selanjutnya dapat mengembangkan model ini lebih lanjut dengan mempertimbangkan penerapan kontrol optimal untuk meminimalkan jumlah pelaku dan korban *bullying* dalam jangka waktu dan melakukan studi kasus berbasis data riil dari sekolah atau komunitas tertentu agar hasil model lebih aplikatif.

