

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Graf didefinisikan sebagai pasangan himpunan yang terdiri dari titik-titik yang dihubungkan oleh sisi. Titik-titik tersebut mewakili objek tertentu, sementara sisi berfungsi sebagai penghubung antar objek, menciptakan pola yang dapat dianalisis lebih lanjut. Perkembangan teori graf telah menghasilkan berbagai kajian menarik, seperti pewarnaan titik, yang memberi warna pada titik-titik dalam graf agar tidak ada dua titik terhubung memiliki warna sama. Ada juga pewarnaan sisi, yang mengatur warna pada sisi-sisi graf. Lalu bilangan *rainbow connection* yang mengukur seberapa baik graf terhubung dengan warna berbeda, sementara bilangan kromatik menunjukkan jumlah minimum warna yang diperlukan untuk mewarnai titik-titik tanpa melanggar aturan. Selain itu, bilangan Ramsey menjadi topik menarik yang berkaitan dengan munculnya struktur tertentu dalam pengaturan yang cukup besar.

Teori Ramsey diperkenalkan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930 dalam makalahnya "On A Problem Of Formal Logic" [1]. Selanjutnya, teori Ramsey diaplikasikan pada tahun 1935 oleh Erdos ke dalam teori graf [2]. Perkembangan bilangan Ramsey berawal dari bilangan Ramsey klasik yaitu untuk setiap bilangan bulat positif m dan n , bilangan Ramsey

$r(m, n)$ adalah bilangan bulat positif terkecil p sedemikian sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf lengkap K_p akan selalu memuat subgraf lengkap K_m merah atau K_n biru [3]. Sampai saat ini hanya ditemukan sembilan bilangan Ramsey klasik yaitu $r(3, 3) = 6$, $r(3, 4) = 9$, $r(3, 5) = 14$, $r(6, 3) = 18$, $r(7, 3) = 23$, $r(8, 3) = 28$, $r(9, 3) = 36$, $r(4, 4) = 18$ dan $r(5, 4) = 25$ [4].

Bilangan Ramsey klasik dikembangkan untuk sebarang graf yang tidak harus lengkap karena sulitnya menentukan nilai dari bilangan Ramsey klasik. Bilangan Ramsey untuk sebarang graf disebut bilangan Ramsey graf. Kemudian, bilangan Ramsey graf dikembangkan berdasarkan jumlah partitnya yaitu bilangan Ramsey bipartit dan bilangan Ramsey multipartit. Selanjutnya, bilangan Ramsey multipartit diperluas menjadi dua kajian yaitu bilangan Ramsey multipartit ukuran dan bilangan Ramsey multipartit himpunan. Konsep dari bilangan Ramsey multipartit himpunan yaitu misalkan $K_{\zeta \times j}$ adalah graf multipartit seimbang lengkap dengan ζ himpunan partit dan j adalah banyak titik di setiap partit. Diberikan bilangan asli j, l, n, s dan t dengan $n, s \geq 2$ maka bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(K_{n \times l}, K_{s \times t})$ adalah bilangan asli terkecil ζ sedemikian sehingga jika semua sisi dari graf multipartit seimbang lengkap $K_{\zeta \times j}$ diberi dua pewarnaan merah dan biru, maka graf multipartit seimbang lengkap $K_{\zeta \times j}$ akan memuat $K_{n \times l}$ merah atau $K_{s \times t}$ biru sebagai subgrafnya [5].

Bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi graf lintasan dan graf roda yaitu $M_j(P_n, W_n)$, dengan j adalah jumlah titik pada

setiap himpunan partit pada graf multipartit seimbang lengkap, P_n adalah graf lintasan yang memiliki n titik dan $n - 1$ sisi dengan $n \geq 2$, dan W_n adalah graf roda yang memiliki $n + 1$ titik dengan n titik membentuk graf siklus atau C_n dan 1 titik lain sebagai pusat. Pada penelitian sebelumnya, (A. A. Lubis, 2021) menemukan bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_4(P_3, W_n)$ untuk $n \geq 3$. Berdasarkan uraian di atas, penulis tertarik untuk mengkaji lebih lanjut permasalahan bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi graf lintasan dan graf roda yang selanjutnya akan dinotasikan dengan $M_j(P_3, W_n)$ dengan $j = 5, 6$ dan $n \geq 3$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan masalah yang ada pada latar belakang penelitian, bagaimana menentukan bilangan Ramsey multipartit himpunan untuk kombinasi graf lintasan dengan graf roda yaitu $M_j(P_3, W_n)$ untuk $j = 5, 6$ dan $n \geq 3$?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan di atas, penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan Ramsey multipartit himpunan $M_j(P_3, W_n)$ untuk $j = 5, 6$ dan $n \geq 3$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini terdiri dari empat bab yaitu: Bab I pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori, yang berisi tentang teori dasar dan teori pendukung yang akan digunakan untuk menyelesaikan permasalahan dalam penelitian ini. Bab III akan dibahas terkait bilangan Ramsey multipartit himpunan kombinasi graf lintasan dan graf roda yaitu $M_j(P_3, W_n) = t$ untuk $j = 5, 6$ dan $n \geq 3$. Bab IV penutup, yang merupakan bab akhir dari penelitian yang terdiri dari kesimpulan dan saran bagi peneliti selanjutnya.

