BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Pertama kali teori graf diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 dalam upayanya menyelesaikan permasalahan jembatan Königsberg. Dalam pemodelannya, Euler merepresentasikan daratan sebagai simpul dan jembatan sebagai sisi dalam sebuah graf. Euler menggunakan simbol A, B, C, dan D untuk melambangkan daratan, sedangkan jembatan yang menghubungkannya diberi label a, b, c, d, e, f, dan g. Sejak penyelesaian masalah jembatan Königsberg, teori graf terus berkembang menjadi salah satu cabang penting dalam ilmu matematika [1].

Teori Ramsey pertama kali diperkenalkan oleh Frank Plumpton Ramsey pada tahun 1930 dalam publikasinya *On A Problem of Formal Logic* [2]. Kemudian, pada tahun 1935, teori ini diaplikasikan ke dalam teori graf oleh Erdos dan Szekeres [3]. Berawal dari bilangan Ramsey klasik, konsep bilangan Ramsey yaitu untuk setiap bilangan bulat positif m dan n, bilangan Ramsey $r(m, n)$ didefinisikan sebagai bilangan bulat positif terkecil p sedemikian rupa sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada semua sisi graf lengkap K_p akan selalu menghasilkan subgraf lengkap K_m merah atau subgraf lengkap K_n biru [4]. Hanya sembilan bilangan Ramsey klasik hingga saat ini yang telah ditemukan. Karena kesulitan dalam menemukan bilangan Ramsey klasik, konsep ini kemudian dimodifikasi untuk graf yang tidak harus lengkap, yang dikenal sebagai bilangan Ramsey graf, yaitu untuk dua graf sembarang F dan G, bilangan Ramsey $r(F, G)$ didefinisikan sebagai bilangan bulat terkecil n sehingga untuk setiap pewarnaan merah-biru pada sisi graf lengkap K_n akan selalu memuat subgraf merah F atau subgraf biru G.

Bilangan Ramsey kemudian dikembangkan lebih lanjut ke dalam bentuk bilangan Ramsey bipartit dan multipartit. Pada artikel *"Multipartite Ramsey Numbers"* yang disusun oleh David Day dkk, (2001), dibahas konsep *Multipartite Ramsey Number* $r_k^c(G)$, yaitu bilangan minimum m sehingga pada setiap pewarnaan c warna dari sisi-sisi graf multipartit lengkap seimbang dengan m simpul di setiap partisi, selalu terdapat salinan monokromatik dari graf G [5]. Hal ini menggabungkan konsep pewarnaan graf dengan struktur graf multipartit yang lebih rumit. Oleh sebab itu penelitian ini memberikan kontribusi signifikan dalam memperluas cakupan teori Ramsey klasik ke dalam konteks graf multipartit.

Pada tahun 2004, Burger dan Vureen memperluas kajian dengan memperkenalkan bilangan Ramsey multipartit, yang mencakup dua jenis definisi, yaitu bilangan Ramsey multipartit ukuran dan bilangan Ramsey multipartit himpunan [6][7]. Awalnya, penelitian mengenai bilangan Ramsey multipartit berfokus pada graf multipartit seimbang lengkap. Jika diberikan graf multipartit seimbang lengkap $K_{j\times\zeta}$ dengan j partisi dan masing-masing partisi memiliki ζ titik, maka bilangan Ramsey multipartit ukuran

$m_j(K_{n\times l}, K_{s\times t})$ adalah bilangan bulat positif terkecil ζ sehingga setiap pewarnaan merah-biru pada sisi graf multipartit seimbang lengkap $K_{j\times\zeta}$ selalu memuat $K_{n\times l}$ merah atau $K_{s\times t}$ biru sebagai subgrafnya. Salah satu penelitian yang membahas bilangan Ramsey multipartit ukuran dan himpunan adalah Pablo dkk, (2018), mengenai bilangan Ramsey multipartit ukuran dan himpunan untuk graf bintang [8].

Pada tahun 2005, Syafrizal dkk mengembangkan konsep bilangan Ramsey multipartit ukuran tanpa harus menggunakan graf multipartit lengkap. Jika diberikan dua graf sembarang F dan G, maka bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(F, G) = t$ adalah bilangan bulat terkecil t sehingga untuk setiap faktorisasi $K_{j\times t} \cong H_1 \oplus H_2$, terdapat subgraf H_1 yang memuat F atau subgraf H_2 yang memuat G [9]. Seiring perkembangannya, bilangan Ramsey multipartit ukuran telah dikaji dalam berbagai jenis graf. Beberapa penelitian yang telah dilakukan tentang bilangan Ramsey Multipartit ukuran adalah kajian Lusiani dkk, (2015), mengenai kombinasi graf $m_j(K_{1,m}, C_n)$ untuk bilangan bulat $j, m, n \geq 3$ [10]. Kajian Jayawardane dkk, (2016), mengenai kombinasi graf *stripes* dan graf siklus $m_j(nK_2, C_m)$ dengan $j \geq 2$ dan $m = 3, 4, 5, 6$ [11]. Kajian Lusiani dkk, (2019), mengenai kombinasi graf $m_3(K_{1,n}, K_{1,m})$ untuk m,n bilangan bulat positif [12]. Kajian Rowshan dkk, (2022), mengenai kombinasi graf $m_j(C_3, C_m, n_1K_2, n_2K_2, \ldots, n_iK_2)$ [13].

Kajian bilangan Ramsey multipartit ukuran yang telah dikembangkan salah satunya adalah untuk kombinasi graf bintang dan graf siklus, yaitu $m_j(F, G)$ dengan $F = K_{1,m}$ dan $G = C_n$. Namun, kajian yang membahas bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi beberapa graf siklus dengan graf bintang belum dilakukan. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengkaji bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf siklus $2C_3$ dan $3C_3$ dengan graf bintang $K_{1,n}$, dengan harapan dapat membuka peluang penelitian selanjutnya untuk mengkaji bilangan Ramsey multipartit dengan jumlah siklus yang lebih banyak.

1.2 Rumusan Masalah

Bagaimana menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf siklus $2C_3$ dan $3C_3$ dengan graf bintang $K_{1,n}$.

1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan bilangan Ramsey multipartit ukuran $m_j(2C_3, K_{1,n})$ dan $m_j(3C_3, K_{1,n})$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan penelitian ini terdiri dari empat bab, yaitu Bab I pendahuluan, yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori, yang berisi tentang teori yang akan digunakan dalam penelitian ini. Bab III mengkaji bilangan Ramsey multipartit ukuran untuk kombinasi graf siklus aC_3 dengan graf Bintang $K_{1,n}$ untuk $a = 2,\ 3$. Bab IV penutup, yang berisi kesimpulan dan saran. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda $\diamondsuit$.