

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada abad ke-18. Euler mendapatkan ide ketika di kota Konisberg terdapat suatu sungai yang membelah kota menjadi empat daratan terpisah, dimana daratan terpisah tersebut dihubungkan oleh tujuh jembatan. Kemudian warga sekitar hanya ingin melewati jembatan tersebut tepat satu kali dan kembali lagi ke titik awal. Setelah mendengar keinginan warga, Euler merasa hal itu tidak mungkin sehingga Euler membuktikan dengan menggunakan suatu bentuk representasi tertentu. Bentuk representasi tersebut kemudian berkembang menjadi teori graf yang dikenal saat ini.

Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi metrik. Konsep dimensi metrik pada teori graf pertama kali diperkenalkan oleh F. Harary dan R. A. Milner pada tahun 1976. Pada tahun 2000, Chartrand, G., dkk juga membahas tentang dimensi metrik. Misalkan  $G$  adalah graf terhubung yang berorde  $n$  dengan  $u$  dan  $v$  adalah titik-titik dalam  $G$  maka jarak antara  $u$  dan  $v$ , dinotasikan  $d(u, v)$ , adalah panjang lintasan terpendek antara kedua titik tersebut di  $G$ . Misalkan terdapat himpunan terurut  $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subset V(G)$ ,

dengan  $V(G)$  adalah himpunan titik yang tak kosong maka **representasi titik**  $v$  terhadap  $W$ , dinotasikan  $r(v|W)$ , didefinisikan sebagai k-vektor

$$r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k)).$$

Jika untuk setiap dua titik  $u$  dan  $v$  di  $G$  berlaku bahwa  $r(u|W) \neq r(v|W)$ , maka  $W$  dinamakan **himpunan pemisah** untuk  $G$ . Himpunan pemisah dengan kardinalitas minimum dinamakan **himpunan pemisah minimum**, dan kardinalitas dari himpunan pemisah minimum dinamakan **dimensi metrik (*metric dimension*)** dari  $G$ , dinotasikan  $\dim(G)$  [3].

Akhter dkk. [1] menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf  $(3,6)$ -*Fullerene* yang memuat graf  $C_3$  dan graf  $C_6$  serta  $(4,6)$ -*Fullerene* yang memuat graf  $C_4$  dan graf  $C_6$  adalah 3, sehingga dapat ditulis  $\dim(G) = 3$ . Pada [1]. diberikan masalah terbuka yang berkaitan dengan graf  $(5,6)$ -*Fullerene* yang memuat graf  $C_5$  dan  $C_6$ . Salah satu bentuk sederhana dari graf  $(5,6)$ -*Fullerene* adalah graf *Buckminsterfullerene*. Oleh karena itu, graf yang menjadi perhatian pada penelitian ini adalah Graf *Buckminsterfullerene* dengan 60 titik, dinotasikan  $B_{60}$ . Graf *Buckminsterfullerene* merupakan salah satu kelompok dari graf *Fullerene* dimana graf ***Fullerene*** adalah molekul yang memiliki sisi banyak (*polihedral*) yang seluruhnya terbuat dari atom karbon. Molekul polihedral adalah kumpulan dari beberapa atom yang ada di dalam susunan tertentu yang diperlukan oleh gaya kimia atau ikatan kimia. *Fullerene* dapat direpresentasikan dengan atom sebagai titik dan ikatan antar atom sebagai sisi. **Graf *Fullerene*** adalah graf yang setiap titiknya berderajat tiga dan memiliki sisi yang tidak saling memotong dengan yang memuat bentuk pentagon, dinotasikan

( $C_5$ ) atau heksagon dinotasikan ( $C_6$ ). Grunbaum dan Motzkin menunjukkan bahwa graf *Fullerene* memiliki banyak titik genap. Jika graf *Fullerene* mempunyai titik  $n = 20$  maka graf tersebut dinamakan **graf Dodecahedral** dan jika graf *Fullerene* mempunyai titik  $n = 60$  maka graf tersebut dinamakan **graf *Buckminsterfullerene*** dan  $n$  genap lainnya, dengan  $n$  adalah banyaknya titik pada graf *Fullerene* tersebut [2]. Pada penelitian ini akan ditunjukkan dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene*.

Chartrand dkk. [3] menentukan sifat-sifat dari graf terhubung  $G$  dengan  $\dim(G) = 1$ ,  $\dim(G) = n - 1$ , dan  $\dim(G) = n - 2$ . Dalam makalah yang sama, diperoleh dimensi metrik dari graf lingkaran  $C_n$ , serta batas untuk dimensi metrik dari graf *unicyclic*, yaitu graf yang memuat tepat satu siklus. Putra dkk.(2018) menunjukkan bahwa dimensi metrik dari graf  $W_n + C_n$  untuk  $n \in \{3, 4\}$  adalah 4 atau  $\dim(W_n + C_n) = 4$ , dimana  $W_n$  adalah graf roda dengan  $n$  titik. [5] . Hindayani (2011) menentukan penelitian dimensi metrik untuk graf  $K_r + mK_s$ , dimana  $K_r$  menyatakan graf lengkap dengan  $r$  titik. [4] . Rahmadi dkk. (2017) menentukan tentang dimensi metrik pada graf Payung  $U_{m,n}$  dan graf Buku Bertumpuk  $B_{m,n}$  [6].

## 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene*.

### 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan penelitian ini adalah menentukan dimensi metrik dari graf *Buckminsterfullerene*.

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam penelitian ini terdiri dari empat bab, yaitu Bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Bab II menjelaskan mengenai landasan teori yang berisi materi dasar dan materi penunjang. Bab III berisi langkah-langkah penelitian yang dilakukan dalam menyelesaikan penelitian ini. Bab IV yang berisi kesimpulan dari tugas penelitian ini. Hasil baru berupa teorema pada penelitian ini ditandai dengan  $\diamond$ , yakni pada Teorema 3.0.1.

