

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang dapat digunakan sebagai penyelesaian masalah apabila permasalahan tersebut disajikan dalam bentuk titik (*vertex*) dan keterhubungan antara objek-objek tersebut sebagai garis (*edge*). Dalam kehidupan sehari-hari, graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada, tujuannya adalah sebagai visualisasi objek-objek agar lebih mudah dimengerti.

Teori graf pertama kali diperkenalkan oleh Leonhard Euler pada tahun 1736 ketika mendiskusikan tentang persoalan yang terjadi di kota Kaliningrad Rusia, yaitu bagaimana caranya agar seseorang dapat menyeberang ke semua jembatan tanpa harus melewati satu jembatan lebih dari satu kali. Publikasi dari masalah ini dan usulan solusinya dikenal sebagai masalah dari teori graf

Salah satu kajian yang terus berkembang dalam teori graf adalah adalah dimensi metrik dari suatu graf. Dimensi metrik adalah kardinalitas minimum dari himpunan resolving. Penelitian dimensi metrik pertama kali diperkenalkan oleh F. Harary dan R. A. Melter pada tahun 1966. Untuk mendapatkan dimensi metrik dari bentuk tertentu ataupun kelas tertentu dilakukan analisis dari subkelas terlebih dahulu agar lebih mudah mencari dimensi metrik

dari graf secara umum [1].

Seiring dengan kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi, telah diperoleh beberapa hasil terkait penentuan dimensi metrik dari beberapa graf. Beberapa hasil dimensi metrik yang telah diperoleh di antaranya yaitu, graf kipas [2], graf lingkaran [3], graf roda [4], graf kepingan salju [5]. Kemudian, beberapa terkait operasi penjumlahan graf yang telah diperoleh diantaranya, Suhud dkk. [6] yang memperoleh dimensi metrik graf kincir pola  $K_1 + mK_3$  untuk  $m \geq 2$ . Selanjutnya, Putra dkk. [7] menentukan dimensi metrik dari graf  $W_n + C_n$  untuk  $n \in \{3, 4\}$ . Pada tahun yang sama Utomo dan Novian [8] memperoleh dimensi metrik graf  $Amal\{nK_m | n \geq 4, m \geq 4\}$ . Selanjutnya, Riyandho dkk. [9] memperoleh dimensi metrik dari graf kincir pola  $K_1 + mK_4$  untuk  $m \geq 2$ . Lalu F. Febrianti [10] dimensi metrik dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen. Selanjutnya, Yulianti dkk. [11] memperoleh Dimensi Metrik Graf Buckminsterfullerene-Subdivisi dan Buckminsterfullerene-Star. dan Yulianti dkk. [12] memperoleh Dimensi Metrik dari Graf Buckminsterfullerene-net graph, lalu Yulianti dkk. [13] memperoleh Dimensi metrik dari graf triangle-net. Berikutnya, Adytia dkk. [14] memperoleh Dimensi Metrik pada Graf  $R_n(q; r)_m$ . dan Mayora dkk. [15] memperoleh Dimensi Metrik pada Graf Spinner  $(C_3 \times P_2)$   $K_n$  untuk  $n=1$ . serta Mellany dkk. [16] memperoleh Dimensi Metrik pada Graf Palem. Simanjuntak dkk. [17] menemukan teorema yang mengaitkan dimensi metrik pada suatu graf  $G$  dengan amalgamasi dari graf tersebut.

Penerapan dimensi metrik belum banyak terlihat meskipun potensinya sangat besar dalam meningkatkan efisiensi dan efektivitas. Salah satu pener-

apannya dilakukan oleh Suhud. [18] dalam mengoptimalkan pemasangan sensor kebakaran pada sebuah gedung. Dengan menganalisis pola ruang dan distribusi risiko, pendekatan ini memungkinkan penentuan lokasi strategis untuk sensor, sehingga jumlahnya dapat diminimalkan tanpa mengurangi efektivitas deteksi. Hal ini tidak hanya mengurangi biaya instalasi dan perawatan, tetapi juga memastikan setiap area kritis terpantau dengan baik. Dengan penerapan dimensi metrik, sistem deteksi kebakaran dapat dirancang secara efisien, hemat, dan tetap memenuhi standar keselamatan.

Pada tahun 2023, Welyyanti, dkk. [19] memperoleh dimensi metrik dari graf amalgamasi graf Theta. Graf Theta adalah graf yang dikonstruksi dengan menyatukan ketiga titik awal dan akhir dari tiga graf lintasan menjadi titik baru, yang dinamakan  $a$  dan  $b$ . Graf Theta dinotasikan dengan  $\Theta(n)$  untuk  $n \geq 3$ . Pada penelitian ini akan ditentukan dimensi metrik graf k-Theta dan graf hasil amalgamasi graf k-Theta, dengan graf k-Theta adalah graf yang dikonstruksi dengan cara k-buah graf lintasan yang panjang masing-masing lintasan adalah titik sebanyak  $n$  dan sisi sebanyak  $n - 1$  dengan  $n \geq 2$ , dinotasikan  $P_n^1, P_n^2, P_n^3, \dots, P_n^k$ . Selanjutnya, k-buah graf lintasan yang dikonstruksi dengan menyatukan semua titik awal dan titik akhir pada ke-i graf lintasan menjadi titik baru, yang dinamakan titik  $a$  dan  $b$ , Sehingga membentuk graf baru dinamakan graf k-Theta dinotasikan  $\Theta(n, k)$ , untuk  $n \geq 3$  dan  $k \geq 4$ . Selanjutnya, ambil graf k-Theta sebanyak  $m$ , lalu lakukan proses amalgamasi dengan menyatukan setiap titik  $a^m$  dari m-buah graf k-Theta menjadi satu titik pusat dinamakan titik  $a$ . Pada akhirnya didapatkan bentuk graf baru dari amalgamasi graf k-

Theta tersebut. Pada penelitian ini, akan ditentukan dimensi metrik dari graf k-Theta, dinotasikan  $\{\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4\}$  dan graf amalgamasi graf k-Theta, dinotasikan  $Amal\{m\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4, m \geq 2\}$ .

## 1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji pada penelitian ini adalah menentukan dimensi metrik dari graf k-Theta, dinotasikan  $\{\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4\}$  dan graf Amalgamasi graf k-theta, dinotasikan  $Amal\{m\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4, m \geq 2\}$ .

## 1.3 Tujuan Penulisan

Tujuan penulisan penelitian ini adalah untuk memperoleh dimensi metrik dari graf k-Theta, dinotasikan  $\{\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4\}$  dan graf Amalgamasi graf k-theta, dengan notasi  $Amal\{m\Theta(n, k) \mid n \geq 3, k \geq 4, m \geq 2\}$ .

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dalam tugas akhir ini terdiri dari empat bab. BAB I pendahuluan yang memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II landasan teori yang membahas mengenai teori-teori sebagai dasar acuan yang digunakan dalam pembahasan dan mendukung masalah yang dibahas. BAB III membahas tentang metode untuk memperoleh dimensi metrik dari graf k-Theta dan graf Amalgamasi graf k-theta. BAB IV merupakan kesimpulan peneliti yang telah diperoleh dalam tugas akhir ini. Hasil baru pada penelitian ini diberi tanda  $\diamond$ .