BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada penelitian ini, didefinisikan operator $vech^{\hat{}}$ pada Definisi 3.1.1. Selanjutnya mengaitkan operator $vecd^{*}$ pada Definisi 2.4.5 dengan operator $vech^{\hat{}}$, maka diperoleh suatu matriks transformasi yang dinotasikan dengan $B_n^{\widehat{(h)}}$, untuk matriks A sebagai matriks bujur sangkar, sedemikian sehingga berlaku:

$$B_n^{\widehat{(h)}} vecd^{*}(A) = vech^{\hat{}}(A). \tag{4.0.1}$$

Kemudian diperoleh hubungan operator $vech^{\hat{}}$ dengan vec yang secara eksplisit dikonstruksi suatu matriks analog dengan matriks duplikasi dan matriks eliminasi yang masing-masing dinotasikan dengan $D_n^{\widehat{(h)}}$ dan $L_n^{\widehat{(h)}}$ yang mengaitkan $vech^{\hat{}}(S)$ ke $vec(S)$ dan $vec(A)$ ke $vech^{\hat{}}(A)$, untuk S matriks simetri dan A matriks bujur sangkar, sedemikian sehingga berlaku:

$$D_n^{\widehat{(h)}} vech^{\hat{}}(S) = vec(S), \tag{4.0.2}$$

$$L_n^{\widehat{(h)}} vec(A) = vech^{\hat{}}(A). \tag{4.0.3}$$

Adapun beberapa sifat yang terkait dengan matriks transformasi dan hubungannya dengan matriks permutasi, duplikasi dan eliminasi adalah sebagai berikut:

- matriks $B_n^{\widehat{(h)}}$ adalah matriks permutasi (Teorema 3.2.1).

- matriks $B_n^{\frown(h)}$ adalah matriks ortogonal (Akibat 3.2.1).

- matriks $B_n^{\frown(h)}$ adalah matriks yang unik (Teorema 3.2.2).

- $tr(B_n^{\frown(h)}) = \begin{cases} \dfrac{n+1}{2}, & \text{untuk } n \text{ ganjil,} \\ \dfrac{n}{2}, & \text{untuk } n \text{ genap.} \end{cases}$
  (Teorema 3.2.3(a)).

- $det(B_n^{\frown(h)}) = \begin{cases} -1, & \text{Jika } B_n^{\frown(h)} \text{ matriks permutasi ganjil,} \\ 1, & \text{Jika } B_n^{\frown(h)} \text{ matriks permutasi genap.} \end{cases}$
  (Teorema 3.2.3(b)).

- Teorema 3.3.1 menjelaskan hubungan antara matriks $D_n^{\frown(h)}, D_n^{*(d)}$, dan $B_n^{\frown(h)}$.

- Teorema 3.3.2 diperoleh cara menghitung *trace* dari matriks $ABCD$ dengan mengaitkan $D_n^{\frown(h)}, D_n^{*(d)}$, dan $B_n^{\frown(h)}$.