BAB IV

KESIMPULAN DAN SARAN

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan yang telah dilakukan, maka dapat disimpulkan bahwa

1. Model *prey-predator* yang melibatkan infeksi penyakit dan karantina pada populasi *prey* dibangun dengan menambahkan daya dukung (*carrying capacity*) pada populasi *prey*, sehingga populasi *prey* tumbuh secara logistik. Model ini dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} &= rS\left(1-\frac{S}{\kappa}\right) - \beta SI + \delta Q - mSP - \mu_1 S \\
\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} &= \beta SI - \omega I - nIP - \mu_2 I \\
\frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} &= \omega I - \delta Q - \mu_3 Q \\
\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} &= amSP + bnIP - \mu_4 P
\end{aligned} \tag{4.1.1}$$

dengan $S, I, Q, P \geq 0$ dan semua parameter bernilai non-negatif.

2. Dalam model *prey-predator* terdapat empat titik tetap dengan kestabilan masing-masing titik sebagai berikut:

   a. Titik tetap bebas penyakit dan bebas *predator* (E_1)

$$E_1 = \left(\bar{S}, 0, 0, 0\right) = \left(\frac{\kappa(r-\mu_1)}{r}, 0, 0, 0\right)$$

di mana $\mu_1 < r$.

E_1 stabil asimtotik jika $R_0^1 < 1$ dan $\beta > \dfrac{R_0^1 \varepsilon_2 am}{\mu_4}$, dimana R_0^1 adalah bilangan reproduksi dasar bebas penyakit dan bebas *predator*.

b. Titik tetap bebas penyakit (E_2)

$$E_2 = \left(\bar{S}, 0, 0, \bar{P}\right) = \left(\frac{\mu_4}{am}, 0, 0, \frac{\varepsilon_1}{m}\right)$$

di mana $r > \dfrac{\kappa am \mu_1}{\kappa am - \mu_4}$ untuk $(\kappa am - \mu_4) > 0$, dengan $\varepsilon_1 = r - \mu_1 - \dfrac{r\mu_4}{\kappa am}$.

E_2 stabil asimtotik jika $R_0^2 < 1$, dimana R_0^2 adalah bilangan reproduksi dasar bebas penyakit.

c. Titik tetap bebas *predator* (E_3)

$$E_3 = \left(\hat{S}, \hat{I}, \hat{Q}, 0\right)$$

dengan,

$$\begin{aligned}
\hat{S} &= \frac{\varepsilon_2}{\beta} \\
\hat{I} &= -\frac{\varepsilon_2\varepsilon_3(\beta\kappa(r-\mu_1) - r\varepsilon_2)}{\beta^2\kappa(\omega\delta - \varepsilon_2\varepsilon_3)} \\
\hat{Q} &= -\frac{\varepsilon_2\omega(\beta\kappa(r-\mu_1) - r\varepsilon_2)}{\beta^2\kappa(\omega\delta - \varepsilon_2\varepsilon_3)}
\end{aligned}$$

di mana $r > \dfrac{\beta\kappa\mu_1}{\beta\kappa - \varepsilon_2}$ untuk $(\beta\kappa - \varepsilon_1) > 0$, dengan $\varepsilon_2 = \omega + \mu_2$ dan $\varepsilon_3 = \delta + \mu_3$.

E_3 stabil jika syarat tersebut terpenuhi

i. $\lambda_1 = am\hat{S} + bn\hat{I} - \mu_4 < 0,$

ii. $c_1 > 0,$

iii. $c_3 > 0,$

iv. $c_1c_2 - c_3 > 0.$

d. Titik tetap keberadaan semua spesies (E_4)

$$\begin{aligned} E_4 &= (S^*, I^*, Q^*, P^*) \\ &= \left(\frac{\mu_4 - bnI^*}{am}, I^*, \frac{\omega I^*}{\varepsilon_3}, \frac{\beta(\mu_4 - bnI^*) - \varepsilon_2 am}{anm} \right) \end{aligned}$$

di mana I^* adalah persamaan kuadrat:

$$fI^{*2} + gI^* + h = 0$$

dengan,

$$\begin{aligned} f &= \frac{\beta\kappa abnm - \beta\kappa b^2nm - b^2n^2r}{\kappa a^2m^2} \\ g &= \frac{2\mu_4 bnr}{\kappa a^2m^2} - \frac{\beta\mu_4(a+2b)}{a^2m} + \frac{bn(\mu_1 - r)}{am} - \frac{\varepsilon_2 b}{a} + \frac{\omega\delta}{\varepsilon_3} \\ h &= -\frac{\mu_4^2 r}{\kappa a^2m^2} - \frac{\beta\mu_4^2}{a^2nm} + \frac{\mu_4(r-\mu_1)}{am} + \frac{\mu_4\varepsilon_2}{am} \end{aligned}$$

di mana $\varepsilon_2 = \omega + \mu_2$, dan $\varepsilon_3 = \delta + \mu_3$.

E_4 stabil jika syarat tersebut terpenuhi

i. $c_1 > 0,$

ii. $c_1c_2 - c_3 > 0,$

iii. $c_3(c_1c_2 - c_3) - (c_1)^2c_4 > 0,$

iv. $c_4(c_3(c_1c_2 - c_3) - (c_1)^2c_4) > 0.$

3. Hasil simulasi numerik dari model dengan nilai parameter yang diberikan menunjukkan bahwa semua titik tetap dari model stabil asimtotik.

   1) Titik tetap bebas penyakit dan bebas *predator* (E_1) stabil asimtotik menuju titik tetap $(\tilde{S}, 0, 0, 0) = (0.9333, 0, 0, 0)$, dengan $R_0^1 = 0.6222 < 1$. Hal ini menunjukkan bahwa penyakit tidak menyebar, dan *predator* tidak ada dalam ekosistem. Dalam keadaan ini, populasi *prey* rentan yang tersisa mampu bertahan dan menjaga ekosistem tetap stabil tanpa gangguan dari penyakit maupun *predator*.

   2) Titik tetap bebas penyakit (E_2) stabil asimtotik menuju titik tetap $(\bar{S}, 0, 0, \bar{P}) = (2.5, 0, 0, 0.4375)$, dengan $R_0^2 = 0.7767 < 1$. Hal ini menunjukkan bahwa penyakit tidak menyebar di populasi *prey*. Dalam keadaan ini, populasi *prey* rentan tetap cukup untuk mendukung keberadaan *predator* dan menjaga ekosistem tetap stabil melalui interaksi antara *prey* rentan dan *predator*.

   3) Titik tetap bebas *predator* (E_3) stabil asimtotik dengan titik tetap $(\hat{S}, \hat{I}, \hat{Q}, 0) = (3, 0.1071, 1.0714, 0)$. Dengan $R_0^2 = 3.43 > 1$, ini menunjukkan bahwa infeksi pada *prey* dapat terus berkembang meskipun *predator* tidak ada. Akibatnya, ekosistem kehilangan keseimbangan alami yang seharusnya terjaga melalui interaksi antara *prey* dan *predator*.

   4) Titik tetap keberadaan semua spesies (E_4) stabil asimtotik dengan titik tetap masing-masing $(S^*, I^*, Q^*, P^*) = (1.5808, 0.2442, 0.1221,$

0.7260). Dengan $R_0^2 = 5.388 > 1$, ini menunjukkan bahwa penyakit dapat menyebar secara endemik pada *prey*. Dalam keadaan ini, keberadaan *predator* yang bergantung pada *prey* sebagai sumber makanan, serta mekanisme infeksi dan karantina pada *prey* tidak menyebabkan kepunahan salah satu subpopulasi, melainkan menciptakan keseimbangan yang mendukung keberlanjutan ekosistem di mana masing-masing subpopulasi memainkan perannya dalam menjaga keberlanjutan ekosistem.

4.2 Saran

Adapun saran yang dapat diberikan untuk penelitian selanjutnya adalah peneliti dapat mengembangkan model yang telah dikaji dengan menambahkan faktor daya lingkungan pada salah satu atau beberapa subpopulasi lainnya, seperti *prey* terinfeksi, *prey* yang dikarantina, atau *predator*, sehingga salah satu atau beberapa subpopulasi lainnya tumbuh secara logistik.