

BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan pada penelitian ini dapat diperoleh beberapa kesimpulan yaitu :

1. Kontruksi Model $SI_1I_2I_3R$ pada penyebaran penyakit tuberkulosis diberikan oleh sistem persamaan diferensial nonlinier berikut.

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \Lambda - \beta S(\rho I_2 + I_3) - \mu S \\
 \frac{dI_1}{dt} &= \beta S(\rho I_2 + I_3) - (\alpha_1 + \alpha_2 + \eta + \gamma_1 + \mu)I_1 \\
 \frac{dI_2}{dt} &= \alpha_1 I_1 - (\theta + \delta_1 + \gamma_2 + \mu)I_2 \\
 \frac{dI_3}{dt} &= \alpha_2 I_1 + \theta I_2 - (\gamma_3 + \delta_2 + \mu)I_3 \\
 \frac{dR}{dt} &= (\eta + \gamma_1)I_1 + \gamma_2 I_2 + \gamma_3 I_3 - \mu R
 \end{aligned} \tag{4.1.1}$$

dengan S, I_1, I_2, I_3, R berturut-turut menyatakan populasi rentan, populasi latent, populasi terinfeksi aktif, populasi resisten terhadap obat dan populasi sembuh.

2. Dalam sistem (4.1.1) terdapat dua titik ekuilibrium, yaitu titik ekuilibrium bebas penyakit

$$\begin{aligned}
 E^0 &= (S^0, I_1^0, I_2^0, I_3^0, R^0) \\
 &= \left(\frac{\Lambda}{\mu}, 0, 0, 0, 0 \right)
 \end{aligned}$$

dan titik ekuilibrium endemik

$$E^* = (S^*, I_1^*, I_2^*, I_3^*, R^*)$$

dengan

$$S^* = \frac{\Lambda}{\mu R_0}$$

$$I_1^* = \frac{\Lambda(R_0 - 1)}{aR_0}$$

$$I_2^* = \frac{\alpha_1 \Lambda(R_0 - 1)}{abR_0}$$

$$I_3^* = \frac{\Lambda(R_0 - 1)[b\alpha_2 + \theta\alpha_1]}{abcR_0}$$

$$R^* = \frac{\Lambda(R_0 - 1)}{a\mu R_0} \left[(\eta + \gamma_1) + \frac{\gamma_2 \alpha_1}{b} + \frac{\gamma_3 (b\alpha_2 + \theta\alpha_1)}{bc} \right]$$

Titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik jika :

- i. $R_0 < 1$
- ii. $\varepsilon_3 > 0$
- ii. $\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 > 0$

Titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik jika :

- i. $R_0 > 1$
- ii. $B_1 > 0$
- iii. $B_1 B_2 - B_3 > 0$
- iv. $B_3(B_1 B_2 - B_3) - B_1^2 B_4 > 0$
- v. $B_4 > 0$

3. Simulasi numerik menunjukkan bahwa deteksi dini sangat efektif dalam mengendalikan penyebaran penyakit. Upaya deteksi dini dapat

mengurangi jumlah individu dalam subpopulasi laten, yang terinfeksi aktif, serta yang resisten terhadap obat, sehingga menjadi strategi penting untuk mengurangi potensi penyebaran penyakit. Selain itu, deteksi dini juga berkontribusi pada penurunan jumlah individu yang sembuh, karena lebih sedikit orang yang terinfeksi dan memerlukan proses pemulihan. Dengan demikian, deteksi dini merupakan salah satu metode yang efektif untuk menurunkan jumlah individu yang sembuh dan mendukung pengendalian penyakit.

4.2 Saran

Saran penulis untuk tugas akhir selanjutnya adalah model dalam tugas akhir ini dapat diterapkan kembali dengan pemberian kontrol pada dua subpopulasi terinfeksi lainnya atau menggunakan kontrol optimal agar dapat mengurangi penyebaran penyakit tuberkulosis.

