

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan bidang matematika yang mempelajari struktur jaringan yang terdiri dari titik-titik yang dihubungkan oleh sisi-sisi. Salah satu konsep utama dalam teori graf adalah bilangan kromatik yang menggambarkan sifat pewarnaan pada graf. Bilangan kromatik lokasi merupakan kombinasi dari gagasan pewarnaan titik dan dimensi partisi pada suatu graf. Pewarnaan titik pada graf berarti memberikan warna kepada setiap titik pada graf, sedemikian sehingga setiap titik yang bertetangga memiliki warna yang berbeda. Himpunan titik $V(G)$ dipartisi menjadi subhimpunan, yaitu S_1, S_2, \dots, S_l . Notasikan Π sebagai suatu himpunan terurut dari l -partisi, yaitu $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_l\}$. Misalkan ada suatu titik v di G , maka representasi v terhadap Π didefinisikan sebagai $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_l))$. Jika setiap titik di G mempunyai representasi yang unik terhadap Π , maka Π disebut partisi pembeda. Dimensi partisi adalah jumlah minimum dari partisi pembeda.

Bilangan kromatik lokasi diperkenalkan oleh Chartrand dkk. [1] pada tahun 2002 yang menentukan bilangan kromatik lokasi dari berbagai kelas graf, diantaranya yaitu, graf lingkaran (C_n), $\chi_L(C_n) = 3$ untuk n ganjil dan $\chi_L(C_n) = 4$ untuk n genap, serta graf lintasan (P_n), untuk $n \geq 3$ didapatkan bilangan

kromatik lokasi $\chi_L(P_n) = 3$. Chartrand dkk. [2] juga menunjukkan bahwa graf multipartit lengkap adalah satu-satunya graf orde n yang mempunyai bilangan kromatik lokasi n , untuk $n \geq 3$. Asmiati dkk. [3] pada tahun 2012 berhasil menemukan bilangan kromatik lokasi graf kembang api. Pada tahun yang sama, graf yang memuat siklus berbilangan kromatik lokasi tiga telah dikarakterisasi oleh Asmiati dan Baskoro [4]. Welyyanti dkk. [5] menemukan bilangan kromatik lokasi graf pohon n -ary lengkap. Welyyanti dkk. [6] pada tahun 2015 memberikan batas atas untuk bilangan kromatik lokasi graf terhubung dimana setiap komponen memuat satu titik dominan. Asmiati [7] telah menentukan bilangan kromatik lokasi amalgamasi graf bintang yang dihubungkan oleh suatu lintasan. Selanjutnya, Welyyanti dkk. [8] memperoleh bilangan kromatik lokasi untuk graf dengan dua komponen homogen. Welyyanti dkk. [9] pada tahun 2018 memperoleh bilangan kromatik lokasi pada graf lobster $L_{n,m,1}$ untuk $n = 2, 3, 4$ dan $m = 6$. Welyyanti [10] pada tahun 2019 menemukan bilangan kromatik lokasi graf prisma berekor. Mardimar dkk. [11] menemukan bilangan kromatik lokasi graf Buckminsterfullerene B_{60} . Pada tahun 2023, Welyyanti dkk. [12] menemukan bilangan kromatik lokasi pada graf amalgamasi kipas berekor.

Graf Lengkap K_n merupakan graf sederhana dimana setiap titik dihubungkan ke semua titik lainnya oleh satu sisi [13]. Misalkan terdapat r buah graf lengkap K_n , untuk $n = 4$ dinotasikan $K_4^1, \dots, K_4^i, \dots, K_4^r$, untuk $r \geq 2$. Graf K_4^i menyatakan graf lengkap ke- i dari r buah graf lengkap. Misalkan terdapat graf K_4^i dengan $V(K_4^i) = \{t_i, u_i, v_i, w_i\}$ dan $E(K_4^i) = \{t_i u_i, t_i v_i, t_i w_i, u_i w_i, u_i v_i, v_i w_i\}$. Misalkan H_i merupakan graf $K_4^i - \{t_i w_i\}$ untuk $1 \leq i \leq r$, $r \geq 2$, dimana

setiap graf H_i memiliki titik-titik $\{t_i, v_i, u_i, w_i\}$ untuk $1 \leq i \leq r$ dan sisi-sisi $\{t_i u_i, t_i v_i, u_i w_i, u_i v_i, v_i w_i\}$ untuk $1 \leq i \leq r$. Selanjutnya, graf H_i dihubungkan oleh sisi pada titik-titik $\{v_i, u_{i+1}\}$ untuk $1 \leq i \leq r$ dan $\{v_r, u_1\}$, sehingga menghasilkan graf orbit yang dinotasikan O_r .

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian ini adalah menentukan bilangan kromatik lokasi pada graf orbit O_r , untuk $r \geq 2$.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian adalah untuk memperoleh bilangan kromatik lokasi dari graf orbit O_r , untuk $r \geq 2$.

1.4 Sistematika Penulisan

Latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan dibahas dalam Bab I Pendahuluan. BAB II membahas teori-teori yang digunakan dalam diskusi dan mendukung masalah yang dibahas. Bab III membahas prosedur untuk mendapatkan bilangan kromatik lokasi. BAB IV berisi kesimpulan dan saran dari tugas akhir ini. Hasil baru yang diperoleh pada penelitian ini diberi tanda \diamond .