

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Dalam permasalahan tertentu, mungkin sulit untuk menentukan solusi analitik dari suatu persamaan diferensial atau bahkan persamaan diferensial parsial yang sangat rumit. Dalam kasus seperti itu, diperlukan solusi numerik yang dapat diperoleh dengan mengganti turunan dalam persamaan diferensial dengan suatu hampiran berdasarkan deret Taylor [8]. Hampiran turunan yang paling umum digunakan adalah beda maju, beda mundur, dan beda pusat. Hampiran beda mundur digunakan ketika nilai fungsi hanya tersedia pada titik partisi dan beberapa titik analisis sebelumnya (mundur). Semua hampiran tersebut banyak digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa atau bahkan persamaan diferensial parsial.

Rumus beda mundur untuk turunan ke- m dengan ketelitian orde ke- n dapat diperoleh dari suatu algoritma rekursif, sehingga dapat dibuat tabel berisi koefisien-koefisien rumus beda maju, beda mundur, dan beda pusat untuk beberapa orde turunan dengan beberapa orde ketelitian.

Dalam implementasinya, perhitungan algoritma rekursif kurang efektif dilakukan ketika menghitung hampiran turunan fungsi dengan ketelitian yang semakin tinggi, hal ini dikarenakan melibatkan sejumlah titik-titik partisi sangat

banyak. Untuk mengatasi hal ini, diperlukan bentuk tertutup dari rumus beda hingga sehingga koefisien-koefisiennya dapat ditentukan langsung tanpa melalui proses perhitungan secara rekursif.

Bentuk tertutup dapat di artikan sebagai suatu ekspresi matematika yang tidak melibatkan perhitungan secara rekursif. Sebagai contoh, penjumlahan,

$$f_n = \sum_{i=0}^n 2i \tag{1.1.1}$$

Secara rekursif, untuk menghitung f_n harus perlu diketahui terlebih dahulu $f_{(n-1)}$ dan seterusnya. Namun persamaan (1.1.1) memiliki bentuk tertutup yaitu,

$$f_n = n(n + 1) \tag{1.1.2}$$

Sehingga perhitungannya menjadi lebih mudah karena nilai f_n langsung dapat dihitung untuk setiap n (tanpa harus mencari f_{n-1} terlebih dahulu).

Terkait dengan perhitungan numerik dari turunan suatu fungsi, Khan dkk [6] sudah memformulasikan bentuk tertutup dari rumus beda hingga berdasarkan deret Taylor. Pembuktian matematis dari bentuk tertutup rumus beda hingga untuk turunan pertama sudah dijelaskan secara rinci oleh Khan dkk [6]. Kemudian Putra [4] memperumum serta membuktikan bentuk eksplisit rumus beda maju untuk turunan orde tingkat tinggi dengan orde ketelitian sebarang dan lebar interval seragam berdasarkan deret Taylor [7]. Akan tetapi dalam penelusuran saya saat mengajukan judul ini belum ada yang mengkaji turunan kedua, bentuk tertutup dari rumus beda mundur dengan orde ketelitian sebarang berdasarkan deret Taylor belum ada yang mengkaji.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan kesimpulan dari latar belakang di atas, maka rumusan masalah pada penelitian ini adalah :

Bagaimana menentukan bentuk eksplisit untuk turunan kedua pada beda mundur berdasarkan deret Taylor?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan perumusan masalah di atas maka tujuan penelitian ini adalah:

Menentukan rumus turunan kedua pada beda mundur berdasarkan deret Taylor.

1.4 Batasan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas, batasan masalah pada penelitian ini adalah turunan kedua pada beda mundur berdasarkan deret Taylor.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan pada skripsi ini terdiri atas empat bab. Bab I memuat latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Konsep dan dasar-dasar teori yang berkaitan dengan permasalahan yang akan dikaji dibahas pada Bab II. Selanjutnya pada Bab III

dijelaskan bentuk eksplisit rumus beda maju dengan orde turunan dan orde ketelitian sebarang. Terakhir, pada Bab IV disajikan kesimpulan dan saran.

