BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Misalkan $\mathbb{R}$ menyatakan himpunan bilangan riil, $\mathbb{C}$ menyatakan himpunan bilangan kompleks , $\mathbb{R}^n$ menyatakan himpunan vektor riil dengan n komponen, $\mathbb{R}^n_+$ menya-takan himpunan vektor riil dengan n komponen dimana setiap komponennya adalah non negatif, $\mathbb{R}^{n\times m}$ merupakan himpunan matriks berukuran $n \times m$ dimana setiap entrinya adalah bilangan riil, $\mathbb{R}^{n\times m}_+$ menyatakan himpunan matriks berukuran $n \times m$ dimana setiap entrinya adalah non negatif, $\mathbb{Z}_+$ menyatakan himpunan bilangan bulat non negatif, $\mathbb{R}^+ := [0, +\infty)$, $\mathbb{R}^+_0 := (0, +\infty)$, $\mathbb{R}^- := (-\infty, 0]$, $\mathbb{R}^-_0 := (-\infty, 0)$

Selanjutnya, diberikan sistem kontrol linier diskrit berikut

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{aligned} \qquad (1.1.1)$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n\times n}_+$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}_+$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}_+$ dan $D \in \mathbb{R}^{p\times m}_+$. Dalam sistem (1.1), $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ menyatakan vektor keadaan (*state*), $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ menyatakan vektor *input* (kontrol), $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$ menyatakan vektor *output*, dan $t \in \mathbb{Z}_+$. Sistem (1.1) dikatakan positif jika $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n_+$ dan $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n_+$ untuk setiap kondisi awal $\mathbf{x}(0) \in \mathbb{R}^n_+$ dan semua *input* $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m_+$ [2, 5]. Dalam [1] dinyatakan bahwa sistem [1.1] adalah positif jika dan hanya jika $A \in \mathbb{R}^{n\times n}_+$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}_+$, $C \in \mathbb{R}^{p\times n}_+$ dan $D \in \mathbb{R}^{p\times m}_+$. Sistem positif tersebut dikatakan stabil asimtotik jika $\lim_{t\longrightarrow\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ [2, 5]. Fungsi transfer sistem linier diskrit merupakan perbandingan antara transfor-masi-z dari persamaan *output* dengan transformasi-z dari persamaan *input* dengan mengasumsikan syarat awal sama dengan nol [3]. Sehingga, fungsi transfer sistem (1.1) adalah

$$T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D. \tag{1.1.2}$$

Dari persamaan (1.2) dapat dilihat bahwa jika persamaan (1.1) diketahui, maka fungsi transfernya dapat ditentukan dengan mudah. Selanjutnya, misalkan $T(z)$ diberikan. Jika ada matriks $A \in \mathbb{R}_+^{n\times n}$,$B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}_+^{p\times n}$ dan $D \in \mathbb{R}_+^{p\times m}$ sedemikian sehingga

$$T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D, \tag{1.1.3}$$

dan untuk matriks $A \in \mathbb{R}_+^{n\times n}$,$B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}_+^{p\times n}$ dan $D \in \mathbb{R}_+^{p\times m}$ ini , jika sistem terkait yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t), \end{aligned}$$

memberikan $\mathbf{x}(t) \to \mathbf{0}$ bila $t \to \infty$ untuk setiap $\mathbf{x}(0) \in \mathbb{R}_+^n$ maka matriks A, B, C, dan D tersebut disebut realisasi positif stabil asimtotik dari $T(z)$.

Kajian tentang masalah realisasi positif maupun realisasi positif stabil asimtotik telah dilakukan oleh berbagai peneliti. Beberapa diantaranya adalah Kitano dan Maeda [7] yang melaporkan tentang realisasi positif dari sistem kontrol linier waktu diskrit dengan pendekatan geometri, Kaczorek yang mengkaji tentang realisasi positif sistem linier waktu kontinu untuk sistem SISO [6] dan realisasi positif untuk sistem linier waktu diskrit untuk SISO [5]. Dalam tesis ini akan mengkaji kembali masalah realisasi positif stabil asimtotik dari sistem linier diskrit dengan pole konjugat kompleks, dimana fungsi transfer berorde 3.

1.2 Perumusan Masalah

Diberikan suatu fungsi transfer $T(z)$ orde 3, yakni

$$T(z) = \frac{b_3 z^3 + b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0},$$

yang memiliki sepasang pole konjugate kompleks dan satu pole riil, yaitu $z_1 = \alpha$, $z_2 = \alpha_1 + j\beta_1$ dan $z_3 = \alpha_1 - j\beta_1$.

Bagaimanakah syarat yang menjamin eksistensi matriks $A \in \mathbb{R}_+^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}_+^{n\times m}$, $C \in \mathbb{R}_+^{p\times n}$ dan $D \in \mathbb{R}_+^{p\times m}$, sedemikian sehingga

$$T(z) = C[I_n z - A]^{-1}B + D, \tag{1.2.1}$$

dan sistem kontrol yang terkait , yaitu

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+1) &= A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t), \end{aligned}$$

memberikan $\lim_{t\to\infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$ untuk setiap $\mathrm{x}(0) \in \mathbb{R}_+^n$

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah untuk memperoleh langkah-langkah untuk menentukan realisasi positif stabil asimtotik sistem linier diskrit dari suatu fungsi transfer untuk pasangan Pole Konjugat Kompleks $(orde 3)$.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat memperluas wawasan penulis tentang realisasi positif stabil asimtotik sistem linier waktu diskrit untuk Pole Konjugat Kompleks serta pembaca pada umumnya dan diharapkan penelitian ini juga dapat memberikan sumbangan terhadap ilmu pengetahuan tentang realisasi fungsi transfer dengan Pole Konjugat Kompleks $(orde 3)$.