BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari konsep mengenai himpunan titik yang terkait dengan himpunan sisi. Sampai saat ini, teori graf merupakan pokok bahasan yang mendapat banyak perhatian dikarenakan model-modelnya sangat dimanfaatkan dalam kehidupan sehari-hari seperti dalam ilmu komputer, jaringan komunikasi, jalur transportasi, pembuatan jalan dan masih banyak aplikasi lainnya. Teori graf juga banyak dipakai pada bidang terapan seperti kajian mengenai bilangan kromatik lokasi dari suatu graf.

Konsep bilangan kromatik lokasi pertama kali diperkenalkan oleh Chartrand dkk. pada tahun 2002 [1]. Chartrand dkk. menggabungkan konsep bilangan kromatik dengan dimensi partisi pada suatu graf. Bilangan kromatik merupakan konsep matematika di bidang graf yang mencari minimum pewarnaan titik suatu graf dengan dua titik yang bertetangga tidak memiliki warna yang sama, sedangkan dimensi partisi [2] merupakan banyaknya himpunan titik-titik yang berwarna sama (kelas partisi) dari suatu graf sehingga jarak minimum antara suatu titik v di G dengan titik di kelas partisi berbeda-beda.

Bilangan kromatik lokasi dinotasikan dengan $\chi_L(G)$. Minimum banyaknya warna yang digunakan pada $k-$pewarnaan lokasi suatu graf disebut dengan bilangan kromatik lokasi dari suatu graf. Misalkan sebanyak k warna untuk mewarnai titik-titik suatu graf. Setiap titik yang berwarna sama dapat menjadi satu himpunan, sehingga k warna akan membentuk sebanyak k himpunan titik yang berwarna sama. Jika jarak terpendek setiap titik ke himpunan titik berbeda-beda, maka disebut dengan $k-$pewarnaan lokasi suatu graf.

Chartrand dkk. telah memberikan teorema dasar mengenai bilangan kromatik lokasi dari beberapa kelas, seperti graf Lintasan P_n dengan $n \geq 3$, graf Siklus C_n dengan $n \geq 3$, serta graf Pohon P_n berorde $n \geq 5$.

Pada saat ini, telah banyak penelitian yang membahas bilangan kromatik lokasi dari graf terhubung. Misalkan pada tahun 2012, Asmiati dkk. [3, 4] berhasil mengkarakterisasi semua graf yang memuat graf siklus dengan bilangan kromatik lokasi tiga, serta menduga karakterisasi beberapa graf Petersen $P(n, k)$ yang memiliki bilangan kromatik lokasi 4 atau 5. Asmiati dkk. [5] juga menentukan bilangan kromatik graf barbel.

Pada [6] Sakri dan Abbas memperbaiki teorema mengenai karakteristik graf Petersen dengan bilangan kromatik 4 dari penelitian Asmiati dkk. [4] sehingga Sakri dan Abbas menunjukkan bahwa jika $5 \leq n \leq 12$ dan $2 \leq k \leq \lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor$ dan $(n, k) \neq (12, 5)$, maka $\chi_L(P(n, k)) = 4$.

Welyyanti dkk. [7] menentukan bilangan kromatik lokasi graf pohon $n-ary$ lengkap $T(n, k)$ untuk $n \geq 2$ dan $k \geq 1$. Dalam [8], diperoleh bilangan kromatik lokasi untuk graf amalgamasi kipas berekor. Selain itu, Baskoro dkk. [9, 10] menunjukkan karakteristik graf pohon dengan bilangan kromatik lokasi 3 dan mengusulkan algoritma dalam menentukan batas atas bilangan kromatik lokasi graf pohon.

Haryeni dkk. [11] menentukan graf pohon dan graf siklus yang memiliki dimensi partisi 3 serta bilangan kromatik lokasi 4. Prawinasti dkk. [12] menunjukkan bahwa bilangan kromatik lokasi dari graf split dari graf siklus n untuk $n \geq 3$ adalah 4 untuk n ganjil dan 5 untuk n genap.

Rahmatalia dkk. [13] menentukan bahwa bilangan kromatik lokasi dari graf split lintasan dan barbel sama, yaitu 4. Pada [14], Fran dkk. memperoleh bilangan kromatik lokasi dari graf total untuk graf bintang tersebut. Putri dkk. [15] mencari bilangan kromatik lokasi dari beberapa graf *Buckminsterfullerene-type*. Lessya dkk. [16] menentukan nilai bilangan kromatik lokasi dari graf Helm H_m dengan $3 \leq m \leq 9$. Bukan hanya itu saja, Musra dkk. [17] meneliti bilangan kromatik lokasi graf Thorn dari graf Jahangir $Th(J_9, l_1, l_2, ..., l_9)$.

Peneliti yang membahas bilangan kromatik lokasi dari graf tak terhubung, yaitu Welyyanti dkk. [18, 19, 20] yang meneliti graf tak terhubung dengan lintasan serta graf bintang sebagai komponen-komponennya. Azhari dkk. [21] membahas mengenai bilangan kromatik lokasi dari salah satu graf tak terhubung yang memuat graf lintasan dan lima bintang ganda sebagai komponen-komponennya. Selain itu, Zikra dkk. [22] mencari bilangan kromatik lokasi gabungan dua graf kipas F_n dengan $n \geq 3$.

Hingga saat ini, graf siklus rantai merupakan salah satu graf yang belum diperoleh bilangan kromatik lokasinya. Pada penelitian ini akan ditentukan bilangan kromatik lokasi graf siklus rantai (C_{n_i}, m) untuk $n_i \geq 3$, $1 \leq i \leq m$ dan $m \geq 2$ dengan dua kasus yaitu:

1. $n_1 = n_2 = \ldots = n_m$.
2. $n_i = i + 2$, untuk $1 \leq i \leq m$, dan n_i merupakan banyak titik pada siklus ke-i.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang, rumusan masalah yang akan dibahas pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan bilangan kromatik lokasi graf siklus rantai (C_{n_i}, m) untuk $n_i \geq 3$, $1 \leq i \leq m$ dan $m \geq 2$ dengan dua kasus yaitu:

1. $n_1 = n_2 = \ldots = n_m$.
2. $n_i = i + 2$, untuk $1 \leq i \leq m$, dan n_i merupakan banyak titik pada siklus ke-i.

1.3 Tujuan Penelitian

Pada penelitian ini akan ditentukan nilai bilangan kromatik lokasi graf siklus rantai (C_{n_i}, m) untuk $n_i \geq 3$ dan $m \geq 2$ dengan dua kasus yaitu:

1. $n_1 = n_2 = \ldots = n_m$.
2. $n_i = i + 2$, untuk $1 \leq i \leq m$, dan n_i merupakan banyak titik pada siklus ke-i.

1.4 Sistematika Penulisan

Bagian ini menjelaskan tentang sistematika penulisan tesis. Tesis ini terdiri dari Bab I Pendahuluan, yang menjelaskan tentang latar belakang, rumus-an masalah serta tujuan penelitian. Kemudian, Bab II Tinjauan Pustaka menjelaskan tentang beberapa definisi, teorema serta notasi yang digunakan dalam penelitian. Bab III Hasil dan Pembahasan menguraikan tentang hasil yang diperoleh. Selanjutnya, Bab IV Kesimpulan dan Saran memaparkan ringkasan dari hasil penelitian.