

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Perkembangan perekonomian yang pesat pada era modern ini menjadi landasan penting yang mendorong pelaku ekonomi untuk melakukan investasi secara massal dengan tujuan meningkatkan pendapatan jangka panjang. Investasi didefinisikan sebagai komitmen terhadap sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan saat ini dengan harapan memperoleh manfaat di kemudian hari [1]. Investasi dapat dibedakan menjadi dua jenis utama, yaitu investasi pada aset riil dan investasi pada aset finansial [2]. Investasi pada aset riil melibatkan aset yang nyata dan memiliki keberadaan fisik, sementara investasi pada aset finansial bersifat tidak berwujud dan umumnya berbentuk surat berharga.

Saham merupakan salah satu instrumen investasi pada aset finansial yang paling umum diperdagangkan di pasar modal [3]. Sebagai bukti kepemilikan dalam suatu perusahaan, saham memberikan hak atas sebagian dari laba perusahaan serta hak suara dalam pengambilan keputusan. Namun, saham sebagai bentuk investasi juga memiliki risiko. Dengan adanya instrumen derivatif, risiko investasi saham dapat dikelola secara efektif. Instrumen derivatif adalah kontrak keuangan yang nilai finansialnya diperoleh dari perubahan harga atau

kinerja suatu aset dasar atau acuan (*underlying asset*). Instrumen ini berfungsi untuk berbagai keperluan, seperti melindungi nilai (*hedging*), melakukan spekulasi, dan arbitrase [4]. Salah satu instrumen derivatif yang terkait dengan saham adalah opsi.

Opsi adalah kontrak resmi yang memberikan hak (tanpa kewajiban) untuk membeli atau menjual sejumlah tertentu instrumen yang menjadi dasar kontrak, pada harga yang telah ditentukan dan dalam jangka waktu tertentu [4]. Berdasarkan waktu pelaksanaannya, opsi terbagi menjadi dua jenis: opsi Eropa, yang hanya dapat dilaksanakan pada saat jatuh tempo, dan opsi Amerika, yang dapat dilaksanakan sebelum atau pada saat jatuh tempo. Selain itu, opsi juga dapat diklasifikasikan berdasarkan haknya menjadi opsi beli (*call option*) dan opsi jual (*put option*) [5].

Dalam menentukan nilai opsi, terutama untuk jenis opsi Eropa, model Black-Scholes yang diperkenalkan oleh Fischer Black dan Myron Scholes pada tahun 1973 telah menjadi standar yang banyak digunakan dan diterima secara luas di industri keuangan [6]. Model Black-Scholes merupakan persamaan diferensial parsial yang memodelkan nilai opsi sebagai fungsi terhadap saham dan waktu, dengan memperhitungkan berbagai faktor, seperti harga pelaksanaan, tingkat suku bunga bebas risiko, waktu jatuh tempo, dan nilai volatilitas harga saham [5].

Meskipun persamaan Black-Scholes dapat diselesaikan secara eksak, namun dalam praktik keuangan, pendekatan numerik seringkali diperlukan. Salah satu alasannya adalah karena parameter pasar seperti volatilitas dan

suku bunga sering berubah secara dinamis, sehingga pendekatan numerik memungkinkan penyesuaian yang lebih baik dan lebih cepat pada kondisi pasar riil [7]. Pendekatan numerik juga memungkinkan untuk memasukkan kompleksitas tambahan, sehingga lebih fleksibel untuk digunakan dalam portofolio besar dengan berbagai jenis opsi [8].

Salah satu metode numerik yang populer digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial parsial, termasuk persamaan Black-Scholes, adalah metode beda hingga. Pada metode ini domain fungsi dipartisi atas sejumlah titik-titik *grid* dan hampiran untuk turunan pada persamaan diferensial diperoleh dari ekspansi deret Taylor. Pada umumnya metode beda hingga lebih sering menggunakan titik-titik *grid* dengan lebar yang seragam. Namun pada kasus persamaan diferensial tertentu, penggunaan lebar *grid* yang seragam justru menghasilkan solusi yang kurang akurat dibandingkan penggunaan *grid* dengan lebar tidak seragam [9]. Metode beda hingga dengan *grid* yang tidak seragam juga terbukti efektif dalam mengurangi waktu komputasi, sehingga solusi dapat diperoleh lebih cepat dengan akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan penggunaan *grid* seragam [10].

Dalam penerapan metode ini pada persamaan Black-Scholes, terdapat kendala pada syarat awal yang tidak memiliki turunan saat harga saham S sama dengan harga pelaksanaan K . Kesalahan numerik yang muncul akibat kondisi ini dapat diminimalisir dengan menggunakan *grid* tidak seragam, di mana titik-titik diskritisasi pada domain harga saham ditempatkan lebih rapat di sekitar harga pelaksanaan K . Selain itu, adalah wajar untuk memiliki banyak

titik di sekitar harga pelaksanaan K , karena wilayah inilah yang menjadi fokus perhitungan harga opsi bagi praktisi keuangan [11].

Terkait penggunaan metode beda hingga dengan *grid* tidak seragam pada persamaan Black-Scholes, Travella dan Randall (2000) [12] memperkenalkan transformasi *grid* tidak seragam yang kemudian dikembangkan lebih lanjut oleh Bodeau dkk. (2000) [13] melalui penyusunan algoritma skema beda hingga yang lebih efisien. Selain itu, penelitian oleh in't Hout dan Volders (2009) [11] memberikan kontribusi penting dalam menganalisis kestabilan skema beda hingga *grid* tidak seragam pada persamaan Black-Scholes.

Dalam tugas akhir ini akan dieksplorasi kembali penelitian Bodeau dkk. (2000) [13] dengan memberikan penjelasan yang lebih rinci mengenai proses penurunan skema beda hingga yang diterapkan pada persamaan Black-Scholes.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, maka permasalahan yang akan dibahas pada tugas akhir ini adalah:

1. Bagaimana mengonstruksi skema metode beda hingga dengan *grid* tidak seragam untuk persamaan Black-Scholes?
2. Bagaimana implementasi skema beda hingga dengan *grid* tidak seragam untuk persamaan Black-Scholes menggunakan pemrograman Matlab?
3. Bagaimana analisis dan interpretasi hasil-hasil yang diperoleh dari simu-

lasi numerik.

1.3 Batasan Masalah

Persamaan Black-Scholes merupakan model analitik yang dikembangkan khusus untuk memperhitungkan harga opsi saham tipe Eropa [14]. Oleh karena itu, pada penelitian ini secara khusus difokuskan penerapannya dalam penentuan harga Opsi *Call* tipe Eropa, dimana pelaksanaannya hanya dapat dilakukan pada saat waktu jatuh tempo.

1.4 Tujuan Penelitian

Berdasarkan permasalahan di atas, tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Memperoleh konstruksi serta menganalisis skema beda hingga dengan *grid* tidak seragam untuk persamaan Black-Scholes.
2. Mengimplementasikan skema beda hingga dengan *grid* tidak seragam untuk persamaan Black-Scholes menggunakan pemrograman Matlab.
3. Menganalisis serta menginterpretasikan hasil-hasil yang diperoleh dari simulasi numerik.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, batasan masalah, dan sistematika penulisan. Bab II menjelaskan konsep dasar dan materi pendukung

yang akan digunakan sebagai acuan untuk menyelesaikan permasalahan dalam tugas akhir ini. Selanjutnya, Bab III berisi langkah penurunan model Black Scholes dengan aproksimasi numerik beda hingga untuk *grid* seragam dan *grid* tidak seragam. Terakhir, Bab IV memuat kesimpulan dan saran untuk penelitian selanjutnya.

