

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Persamaan diferensial adalah persamaan yang memuat turunan satu atau beberapa fungsi yang tidak diketahui. Jika hanya terdapat fungsi tunggal yang akan ditentukan maka satu persamaan sudah cukup. Akan tetapi jika terdapat banyak fungsi, maka diperlukan kumpulan persamaan diferensial yang mempunyai hubungan simultan, yang kemudian disebut sistem persamaan diferensial. Bentuk umum dari sistem persamaan diferensial linier adalah sebagai berikut [?]:

$$D\mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1.1.1)$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ dan $D\mathbf{x}(t)$ menyatakan turunan pertama dari \mathbf{x} terhadap t .

Dewasa ini perkembangan sistem persamaan diferensial (1.1.1) sangat pesat. Salah satunya adalah sistem persamaan diferensial *fractional* yang diberikan sebagai berikut [?] :

$$D^\alpha \mathbf{x}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1.1.2)$$

dimana $D^\alpha \mathbf{x}(t)$ adalah turunan *fractional* orde α dari $\mathbf{x}(t)$, dengan

$j - 1 < \alpha < j$, $j \in \mathbb{N}$.

Ada berbagai jenis konsep turunan *fractional* dengan orde α , salah satu diantaranya adalah turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville. Selain itu ada juga turunan *fractional* tipe Caputo. Turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville orde α dari suatu fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?]:

$$D^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(j - \alpha)} D^j \int_0^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t - \tau)^{\alpha+1-j}} \quad (1.1.3)$$

dimana $j - 1 < \alpha < j$, $j \in \mathbb{N}$, dan Γ adalah fungsi Gamma. Dalam tugas akhir ini, akan dibahas solusi sistem persamaan diferensial (1.1.2) dengan menggunakan turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville. Kajian pada tugas akhir ini menjelaskan kembali referensi [?].

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi dari sistem persamaan (1.1.2), dimana $D^\alpha f(t)$ adalah turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville.

1.3 Batasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, batasan masalah difokuskan pada sistem (1.1.2) dengan menggunakan persamaan turunan *fractional* Riemann-Liouville berorde α , untuk $j - 1 < \alpha < j$, $j \in \mathbb{N}$.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan ini adalah mengetahui solusi dari persamaan (1.1.2) menggunakan turunan *fractional* Riemann-Liouville berorde α .

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. BAB II Landasan teori yang berisi materi-materi dasar dalam penunjang berupa definisi, teorema, dan lemma yang akan digunakan pada pembahasan. BAB III Pembahasan yang berisikan penjelasan mengenai solusi mengenai solusi dari sistem persamaan (1.1.2). BAB IV Kesimpulan dari hasil pembahasan.

