

BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dari pembahasan tugas akhir ini, maka diperoleh beberapa sifat matriks nonpositif total nonsingular, sebagai berikut :

1. **Proposisi 3.2.1.** [2] Misalkan A matriks nonpositif total nonsingular berukuran $n \times n$, untuk $k = 2, 3, \dots, n$ berlaku salah satu dari kondisi berikut:

- (i) $\det A[\{1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k\} | \{1, 2, 3, \dots, k\}] < 0$ atau dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{\alpha_2 1} & a_{\alpha_2 2} & \dots & a_{\alpha_2 k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{\alpha_k 1} & a_{\alpha_k 2} & \dots & a_{\alpha_k k} \end{bmatrix} < 0.$$

- (ii) Jika $\det A[\{1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k\} | \{1, 2, 3, \dots, k\}] = 0$, maka $\det A[\{\alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_k\} | \{2, 3, \dots, k\}] = 0$ atau dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut.

Jika

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{\alpha_2 1} & a_{\alpha_2 2} & \dots & a_{\alpha_2 k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{\alpha_k 1} & a_{\alpha_k 2} & \dots & a_{\alpha_k k} \end{bmatrix} = 0$$

maka

$$\det \begin{bmatrix} a_{\alpha_2 2} & a_{\alpha_2 3} & \dots & a_{\alpha_2 k} \\ a_{\alpha_3 2} & a_{\alpha_3 3} & \dots & a_{\alpha_3 k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{\alpha_k 1} & a_{\alpha_k 2} & \dots & a_{\alpha_k k} \end{bmatrix} = 0$$

2. Misalkan A matriks nonpositif total nonsingular berukuran $n \times n$, untuk $k = 2, 3, \dots, n$ berlaku salah satu dari kondisi berikut:

- (i) $\det A[\{1, 2, \dots, k\} | \{1, \beta_2, \dots, \beta_k\}] < 0$ dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1\beta_2} & \dots & a_{1\beta_k} \\ a_{21} & a_{2\beta_2} & \dots & a_{2\beta_k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & a_{k\beta_2} & \dots & a_{k\beta_k} \end{bmatrix} < 0.$$

- (ii) Jika $\det A[\{1, 2, \dots, k\} | \{1, \beta_2, \dots, \beta_k\}] = 0$, maka $\det A[\{2, \dots, k\} | \{\beta_2, \dots, \beta_k\}] = 0$ dapat ditulis dalam bentuk matriks berikut:

Jika

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1\beta_2} & \dots & a_{1\beta_k} \\ a_{21} & a_{2\beta_2} & \dots & a_{2\beta_k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k1} & a_{k\beta_2} & \dots & a_{k\beta_k} \end{bmatrix} = 0$$

maka

$$\det \begin{bmatrix} a_{2\beta_2} & a_{2\beta_3} & \dots & a_{2\beta_k} \\ a_{3\beta_2} & a_{3\beta_3} & \dots & a_{3\beta_k} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{k\beta_2} & a_{k\beta_3} & \dots & a_{k\beta_k} \end{bmatrix} = 0.$$

3. Misalkan A matriks nonpositif total nonsingular berukuran $n \times n$ dengan $a_{11} = 0$. Maka terdapat $\epsilon_0 > 0$ sehingga $\forall \epsilon < \epsilon_0$, matriks $A_\epsilon = -\epsilon E_{11} + A$, dimana E_{11} adalah matriks $n \times n$ dengan $e_{11} = 1$ sedangkan entri-entri lainnya 0, adalah matriks nonpositif total nonsingular.
4. Misalkan C suatu matriks nonpositif total nonsingular berukuran $n \times n$ dengan $c_{11} < 0$, maka $A = C - c_{11}E_{11}$, adalah matriks nonpositif total nonsingular dengan a_{11} adalah nol.