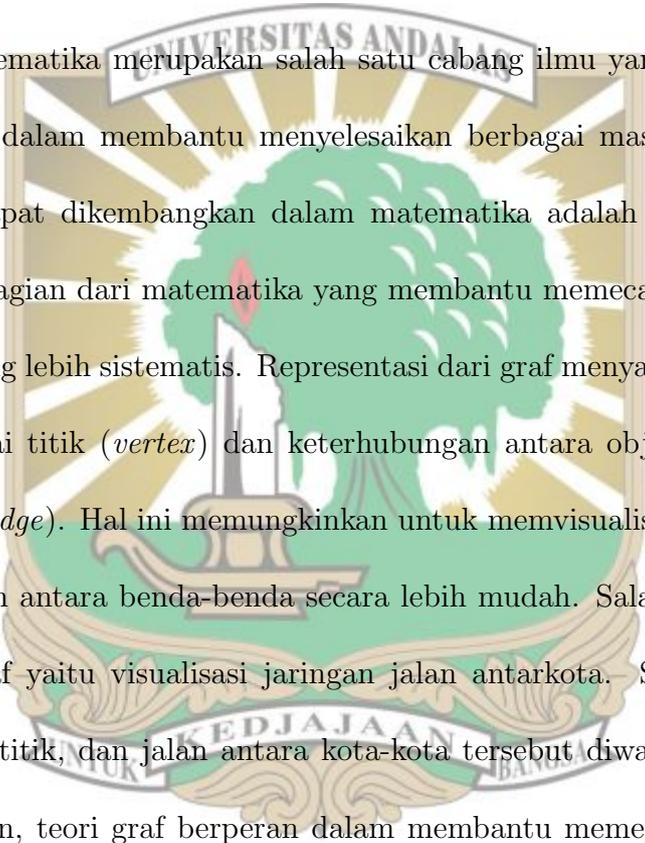


BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang



Matematika merupakan salah satu cabang ilmu yang memiliki peran sangat besar dalam membantu menyelesaikan berbagai masalah. Salah satu ilmu yang dapat dikembangkan dalam matematika adalah teori graf. Teori graf adalah bagian dari matematika yang membantu memecahkan masalah dengan cara yang lebih sistematis. Representasi dari graf menyatakan suatu objek diskrit sebagai titik (*vertex*) dan keterhubungan antara objek-objek tersebut sebagai sisi (*edge*). Hal ini memungkinkan untuk memvisualisasi dan menganalisis hubungan antara benda-benda secara lebih mudah. Salah satu penerapan dari teori graf yaitu visualisasi jaringan jalan antarkota. Setiap kota dapat diwakili oleh titik, dan jalan antara kota-kota tersebut diwakili oleh sisi. Dengan demikian, teori graf berperan dalam membantu memecahkan persoalan-persoalan yang melibatkan objek-objek yang terhubung satu sama lain.

Berdasarkan sejarah, salah satu kasus awal yang memperkenalkan penggunaan graf adalah masalah jembatan Königsberg pada tahun 1736. Kasus jembatan Königsberg menyatakan apakah mungkin seseorang melewati tujuh jembatan yang menghubungkan empat daratan, masing-masing tepat satu kali, dan kembali lagi ke tempat semula [1]. Pada tahun yang sama, Leonhard Eu-

ler, seorang matematikawan Swiss, berhasil menemukan jawaban atas masalah tersebut dengan pembuktian sederhana, yaitu dengan cara memodelkan masalah ini ke dalam graf.

Dimensi metrik adalah salah satu konsep yang berkaitan dengan teori graf. Dalam menentukan dimensi metrik dari suatu graf, terdapat beberapa konsep yang digunakan. Pertama adalah konsep jarak antara dua titik pada suatu graf dan konsep lainnya adalah himpunan pembeda. F. Harary dan R. A. Melter adalah matematikawan yang pertama kali memperkenalkan penelitian tentang konsep dimensi metrik ini [2].

Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung sederhana, dengan $u, v \in V$, jarak antara dua titik u dan v dinotasikan $d(u, v)$ didefinisikan sebagai panjang jalur terpendek yang menghubungkan keduanya. Misalkan $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ himpunan titik terurut subset V . Representasi v terhadap W dinotasikan sebagai $r(v|W)$ adalah k -unsur $(d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k))$. Jika untuk setiap dua titik u dan v di G diperoleh $r(u|W) \neq r(v|W)$, maka W disebut sebagai himpunan pembeda dari graf G . Kardinalitas minimum dari himpunan pembeda dinamakan **dimensi metrik** dari graf G yang dinotasikan sebagai $dim(G)$ [3].

Dimensi partisi merupakan pengembangan dari dimensi metrik. Partisi adalah pembagian beberapa kelompok atau kelas pada suatu graf. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung sederhana untuk $u, v \in V$ dan $S \subseteq V(G)$. Definisikan $\Pi = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ dengan $S_i \subseteq V(G)$, dimana $i = 1, 2, \dots, k$ sebagai himpunan yang berisikan k -partisi. Representasi v terhadap Π dino-

tasikan sebagai $r(v|\Pi) = (d(v, S_1), d(v, S_2), \dots, d(v, S_k))$. Jika untuk setiap dua titik u dan v di G diperoleh bahwa $r(u|\Pi) \neq r(v|\Pi)$, maka Π disebut sebagai partisi pembeda untuk graf G . Kardinalitas minimum dari partisi pembeda dinamakan **dimensi partisi** dari graf G , dinotasikan $pd(G)$ [4].

Berkembangnya pengetahuan dan teknologi telah menghasilkan beberapa penemuan terkait penentuan dimensi metrik dan dimensi partisi dari beberapa graf. Beberapa diantaranya, Utomo dan Novian [5] memperoleh dimensi metrik graf yang merupakan n buah graf lengkap K_m yang dioperasikan amalgamasi dengan graf lengkap K_n , dinotasikan dengan graf $Amal\{nK_m | n \geq 4, m \geq 4\}$. Selanjutnya, Welyyanti, dkk. [6] memperoleh dimensi metrik dari Amalgamasi graf Theta. Selanjutnya, pada tahun 2019 Fregriyan, dkk. [7] menemukan dimensi metrik dari graf $Amal(TR_n, v)_m$ untuk $n \geq 2$ dan $m \geq 2$. Selanjutnya, pada tahun 2023 Mellany, dkk. [8] menemukan dimensi metrik dari graf palem.

Pada tahun 2018 Angraini, dkk. [9] menemukan dimensi metrik dan dimensi partisi dari graf tangga tangga segitiga TR_n untuk $n = 2, 3$. Selanjutnya, Fadillah, dkk. pada tahun 2019 [10] menemukan dimensi partisi graf spinner $(C_3 \times P_2) \odot \overline{K_n}$ untuk $n = 1$ dan $n = 2$. Penelitian oleh Haspika, dkk. [11] pada tahun 2023 menunjukkan dimensi partisi pada graf grid. Haryeni, dkk [12] juga telah memperoleh dimensi partisi dari suatu graf tak terhubung pada tahun 2017.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dikaji pada penelitian ini adalah bagaimana menentukan dimensi metrik dan dimensi partisi dari amalgamasi graf lengkap.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian adalah untuk menentukan dimensi metrik dan dimensi partisi dari amalgamasi graf lengkap.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini terdiri atas empat bab. Bab I berisi pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori memuat konsep dasar dan teori-teori pendukung dari beberapa sumber referensi sebagai acuan dalam pembahasan pada penelitian ini. Hasil yang diperoleh dalam penelitian ini dibahas pada bab III. Selanjutnya, bab IV merupakan penutup yang memuat kesimpulan dari tugas akhir ini. Hasil baru yang diperoleh pada penelitian ini diberi tanda \diamond .