

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ring adalah struktur aljabar dengan satu himpunan dan dua operasi yang memenuhi aksioma-aksioma tertentu. Salah satu bentuk *ring* adalah *ring* polinomial. *Ring* polinomial, yaitu sebuah *ring* yang terbentuk dari himpunan polinomial dalam satu atau lebih variabel dengan koefisien pada *ring* lain. Jika R suatu *ring*, himpunan polinomial atas variabel x dengan koefisien di R dinotasikan dengan $R[X]$ ditulis dalam bentuk

$$R[X] = \{a_0 + a_1x + \cdots + a_{n-2}x^{n-2} + a_{n-1}x^{n-1} + a_nx^n \mid a_i \in R\}$$

dengan a_i adalah koefisien dari variabel x untuk semua $i = 1, 2, \dots, n-1, n$, sedangkan a_0 adalah konstanta.

Himpunan polinomial dengan koefisien di \mathbb{R} disimbolkan dengan $\mathbb{R}[X]$, koefisien di \mathbb{Z} disimbolkan dengan $\mathbb{Z}[X]$ dan koefisien di \mathbb{Q} disimbolkan dengan $\mathbb{Q}[X]$. Jika faktor persekutuan terbesar dari semua koefisien polinomial di $\mathbb{Z}[X]$ adalah 1 maka disebut polinomial primitif [?].

Selanjutnya unsur-unsur pada $\mathbb{R}[X]$ dapat difaktorisasikan dan tidak dapat difaktorisasikan, berturut-turut unsur ini disebut *reducible* (tereduksi) dan *irreducible* (tak tereduksi).

Pada teori bilangan, suatu *norm* untuk bilangan rasional tak nol disebut p -*adic* nilai mutlak (p -*adic norm*), dinotasikan dengan $|x|_p$ untuk

suatu bilangan prima p yang didefinisikan

$$|x|_p = p^{-ord_p x}$$

dimana $ord_p x$ adalah p -adic ordinal di x . Misalkan $f(x)$ suatu polinomial di $\mathbb{Q}[X]$, nilai maksimum masing-masing p -adic norm dari semua koefisien di $f(x)$ disebut dengan p -adic Gauss norm [?].

Oleh karena p -adic Gauss norm didefinisikan untuk suatu polinomial di $\mathbb{Q}[X]$, maka pada tugas akhir ini akan membahas tentang p -adic Gauss norm pada polinomial primitif di $\mathbb{Z}[X]$.

1.2 Rumusan Masalah

Pada bagian latar belakang dijelaskan polinomial di $\mathbb{Z}[X]$ dan p -adic Gauss norm, oleh karena itu yang menjadi rumusan masalah pada tugas akhir adalah bagaimana p -adic Gauss norm pada polinomial primitif di $\mathbb{Z}[X]$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah menentukan nilai p -adic Gauss norm pada polinomial primitif di $\mathbb{Z}[X]$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan pada tugas akhir adalah sebagai berikut, yaitu: BAB I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan.

BAB II Landasan Teori, yang akan di jadikan acuan dasar dalam penulisan tugas akhir. dan BAB III Pembahasan, yang menjelaskan tentang $p - adic$ *Gauss norm* pada polinomial di $\mathbb{Z}[X]$. Dan BAB IV Kesimpulan dari hasil pembahasan.

