BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf adalah salah satu bagian dari ilmu matematika yang banyak digunakan sebagai alat bantu untuk menggambarkan suatu persoalan agar lebih mudah dimengerti dan diselesaikan. Banyak persoalan akan lebih jelas untuk diterangkan bila dapat dipresentasikan dalam bentuk graf. Teori graf pertama kali dikenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang bernama Leonhard Euler untuk menyelesaikan masalah jembatan Konigsberg pada tahun 1736 [1]. Banyak cabang dalam teori graf salah satunya adalah pelabelan. Dalam [3] dijelaskan bahwa terdapat istilah pelabelan yang awalnya diperkenalkan oleh Sedlacek (1964), kemudian Steward (1966) serta Kotzig dan Rosa (1970).

Pelabelan merupakan suatu pemetaan bijeksi yang memetakan unsur himpunan titik dan unsur himpunan sisi ke bilangan bulat bulat positif yang disebut label. Dalam [3] pelabelan yang banyak dibahas adalah pelabelan titik *(vertex labeling)* yang merupakan pelabelan dengan domain hanya himpunan titik, pelabelan sisi *(edge labeling)* yang merupakan pelabelan dengan domain hanya himpunan sisi, dan pelabelan total *(total labeling)* yakni pelabelan dengan domain himpunan titik dan himpunan sisi. Pada pelabelan terdapat istilah bobot titik *(vertex weight)* yakni jumlah label titik dan label semua sisi yang terkait dengan titik tersebut. Untuk sebarang sisi $e_i = v_j v_k$, sisi e_i dikatakan **terkait** (*incident*) dengan titik v_j dan titik v_k. Untuk suatu sisi xy yang ada pada suatu graf, label sisi dan label dua titik yang menempel pada sisi xy bila dijumlahkan disebut bobot sisi *(edge weight)* yang dinotasikan dengan $w(xy)$ [1].

Dalam pelabelan graf diperkenalkan juga pelabelan ajaib dan pelabelan anti ajaib. Dalam [1] dijelaskan bahwa pelabelan ajaib diperkenalkan oleh Sedlacek dan pelabelan anti ajaib diperkenalkan oleh Hartsfield dan Ringel. Dalam pelabelan terdapat pelabelan (a, d) anti ajaib, yaitu pelabelan dengan himpunan bobot titik/bobot sisi yang membentuk barisan aritmatika dengan nilai awal a dan nilai beda d. Misalkan terdapat suatu graf $G = (V, E)$ dengan $|V(G)| = p$ dan $|E(G)| = q$, dimana $|V(G)|$ adalah banyaknya titik pada graf G dan $|E(G)|$ adalah banyaknya sisi pada graf G. Sebuah fungsi bijeksi $f : V(G) \cup E(G) \to \{1, 2, \cdots, p+q\}$ dikatakan pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib pada graf G jika himpunan bobot sisi untuk semua sisi di G yang dinotasikan dengan $W = \{w(xy)|w(xy) = f(x) + f(xy) + f(y), xy \in E(G)\}$, dapat ditulis sebagai $W = \{a, a+d, a+2d, \cdots, a+(q-1)d\}$ untuk $a > 0$ dan $d \geq 0$ [3].

Dalam [1] Baca dan Miller telah mengkonstruksi pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib dengan $d \geq 1$, untuk semua graf lingkaran C_n, dengan $a = 2n+2$ dan $a = 3n + 2$. Pada buku yang sama ditemukan pula pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib untuk graf lingkaran C_n dengan $n = 2m, m \geq 2$ memiliki pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib dimana $a = 4m + 2$ dan $a = 4m + 3$ dengan $d = 2$. Ditemukan juga pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib pada graf lingkaran C_n dengan $n = 2m + 1, m \geq 1$ memiliki pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib dimana $a = 3m + 4$ dan $a = 3m + 5$ dengan $d = 3$.

Berdasarkan kajian tersebut, menarik jika dibuat suatu graf baru yang dibentuk dari lima buah graf lingkaran, sehingga membentuk suatu graf $C_{n,2n,2n,2n,n}$ dengan $n \geq 3$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, permasalahan yang akan dikaji dalam penulisan ini adalah bagaimana menentukan bahwa graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ dengan $n \geq 3$ memiliki pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib super, dimana nilai awal (a) adalah bobot sisi minimum pada pelabelan tersebut dan nilai beda (d) adalah selisih dari dua bobot sisi yang berurutan, dengan $d \neq 0$. Karena $d \neq 0$, maka pelabelan total $(a, 0)$-sisi anti ajaib super sama dengan pelabelan total sisi ajaib super [1].

1.3 Tujuan Penelitian

Sesuai dengan permasalahan di atas, maka tujuan dari tugas akhir ini adalah menentukan pola untuk menggambarkan graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ dengan $n \geq 3$, selanjutnya menentukan apakah graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$ memiliki pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib super, dimana a adalah bobot sisi minimum dan d adalah selisih dari dua bobot sisi yang berurutan.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan dari tugas akhir ini adalah Bab I Pendahuluan, yang berisikan latar belakang, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang berisikan tentang landasan teori yang akan digunakan dalam menyelesaikan permasalahan yang dibahas pada tugas akhir ini. Bab III Pembahasan, berisikan penjelasan tentang pelabelan total (a, d)-sisi anti ajaib super graf kubik $C_{n,2n,2n,2n,n}$ untuk $n \geq 3$. Bab IV Kesimpulan, berisikan kesimpulan dari tugas akhir.