BAB IV

KESIMPULAN

Pada penelitian ini didefinisikan operator $vecd^*$ pada Definisi 3.1.1. Kemudian digunakan operator $vech^*$ pada Definisi 2.5.3 untuk melihat hubungan antara operator $vech^*$ dan $vecd^*$ yang secara eksplisit dikonstruksi suatu matriks yang dinotasikan dengan $B_n^{*(d)}$ yang mengaitkan $vech^*(A)$ ke $vecd^*(A)$, untuk A matriks bujur sangkar, sehingga

$$B_n^{*(d)} vech^*(A) = vecd^*(A).$$

Beberapa sifat yang terkait dengan matriks $B_n^{*(d)}$, yaitu:

- matriks $B_n^{*(d)}$ adalah matriks permutasi (Proposisi 3.2.1),
- matriks $B_n^{*(d)}$ adalah matriks ortogonal (Akibat 3.2.1),
- matriks $B_n^{*(d)}$ adalah matriks yang tunggal (Proposisi 3.2.2),
- $\det\left(B_n^{*(d)}\right) = \begin{cases} -1, & \text{jika } B_n^{*(d)} \text{ matriks permutasi ganjil,} \\ 1, & \text{jika } B_n^{*(d)} \text{ matriks permutasi genap} \end{cases}$ (Teorema 3.2.1).

Selanjutnya juga dapat dilihat hubungan antara operator $vecd^*$ dan vec yang secara ekspilisit dikonstruksi suatu matriks analog dengan matriks duplikasi yang dinotasikan dengan $D_n^{*(d)}$ yang mengaitkan $vecd^*(A)$ ke $vec(A)$, untuk A matriks simetri, sehingga

$$D_n^{*(d)} vecd^*(A) = vec(A).$$

Beberapa sifat yang terkait dengan matriks $D_n^{*(d)}$ terdapat pada teorema berikut:

- Teorema 3.3.1 menjelaskan beberapa sifat invers Moore-Penrose dari $D_n^{*(d)}$.

- Teorema 3.3.2 dan Teorema 3.3.3 menjelaskan hubungan antara matriks $D_n^{*(d)}, D_n^{*(h)}$, dan $B_n^{*(d)}$.