BAB IV

PENUTUP

4.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil yang telah diperoleh, maka dapat ditarik kesimpulan bahwa bentuk ekplisit rumus beda maju untuk turunan pertama dengan orde ketelitian sebarang dan lebar grid tak-seragam adalah sebagai berikut.

$$f_i' = \prod_{m=1}^{N} \left(\sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j} \right) \sum_{k=0}^{N} \tilde{g}_k f_{i+k} + \mathcal{O}\left(g(h_i)\right),$$

dimana h_i menyatakan lebar grid ke- $i+1$ dan koefisien $\tilde{g}_k$ ditentukan sebagai berikut:

1.

$$\tilde{g}_k = \frac{(-1)^{k+1}}{\left(\sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j}\right)^2} \prod_{m=1}^{k-1} \frac{1}{\left(\sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j}\right)} \prod_{m=k+1}^{N} \frac{1}{\left(\sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j}\right)},$$

untuk $k = 1, 2, \cdots, N$.

2.

$$\tilde{g}_k = -\sum_{j=1}^{N} \tilde{g}_j,$$

untuk $k = 0$.

dengan orde ketelitiannya diberikan oleh:

$$g(h_i) = \prod_{m=1}^{N} \left(\sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j} \right) \sum_{k=1}^{N} \prod_{m=1}^{k-1} \frac{1}{\left(\sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j}\right)} \prod_{m=k+1}^{N} \frac{1}{\left(\sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j}\right)} \left(\sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j} \right)^{N-1},$$

yang terdefinisi apabila:

$$\prod_{m=1}^{k-1} \frac{1}{(\sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j})} = 1, \text{ untuk } k = 1,$$
$$\prod_{m=k+1}^{N} \frac{1}{\left(\sum_{j=0}^{m-1} h_{i+j} - \sum_{j=0}^{k-1} h_{i+j}\right)} = 1, \text{ untuk } k = N.$$

Selanjutnya, rumus eksplisit yang diberikan di atas, telah diterapkan pada dua contoh kasus persamaan diferensial orde satu dengan menggunakan distribusi titik grid yang diberikan dalam [5]. Pada kedua contoh kasus implementasi, hasil hampiran yang diperoleh dengan menggunakan lebar grid tak-seragam lebih baik daripada lebar grid seragam untuk jumlah grid N yang tidak terlalu banyak. Dalam hal ini, pemilihan distribusi titik grid pada lebar grid tak-seragam sangat berpengaruh terhadap kualitas suatu nilai hampiran.

4.2 Saran

Dalam banyak kasus, sering dijumpai masalah yang melibatkan persamaan diferensial orde dua dengan menggunakan skema beda pusat untuk hasil yang lebih akurat. Oleh karena itu, penulis menyarankan untuk mengkaji rumus hampiran turunan kedua dengan menggunakan skema beda pusat untuk lebar grid tak-seragam. Selain itu, perlu juga dikaji strategi dalam pemilihan lebar grid tak-seragam untuk memperoleh nilai hampiran yang optimal.