

# BAB I PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang

Soliton adalah gelombang tidak linier yang mempertahankan bentuknya ketika merambat dengan kecepatan konstan, terlokalisasi dan bersifat stabil (Drazin, 1983; Wadati, 2001). Gelombang sejenis ini sering dipelajari dalam berbagai disiplin ilmu pengetahuan sebagai kajian terhadap gejala alam yang bersifat tidak linier, mulai dari gejala pada skala mikro sampai pada tingkat struktur besar alam semesta. Struktur besar alam semesta yang dijelaskan melalui fenomena *Black Holes* merupakan kategori dari kajian soliton (Villari dkk, 2018). Kajian soliton yang lain misalnya pada gelombang air dangkal, gelombang tsunami (Hiraishi dkk, 2016) dan gelombang akustik (Zhang dkk, 2017). Untuk skala yang lebih kecil, dinamika partikel seperti proton, elektron dan neutron serta kuark juga termasuk kategori dari kajian soliton (Silva dkk, 2018).

Penelitian tentang soliton akhir-akhir ini sangat berkembang pesat, ditandai oleh banyaknya pemanfaatan soliton dalam bidang sains dan teknologi. Dalam bidang teknologi, soliton dimanfaatkan untuk meningkatkan performa telekomunikasi optik (Zen dkk, 2002; Liu dkk, 2016), sedangkan dalam bidang sains, soliton muncul dalam kajian hidrodinamika (Wadati, 2001), zat padat (Maugin, 2011) dan kristal (Husko dkk, 2016). Namun, untuk dapat mendeskripsikan suatu soliton diperlukan analisa matematika dan fisika yang rumit (Lin, 2016; Liu dkk, 2017). Oleh karena itu, penelitian ini dilakukan untuk

memberikan kajian yang lebih sederhana dalam mendeskripsikan soliton pada suatu permasalahan fisika.

Permasalahan fisika mengenai soliton pada umumnya dideskripsikan melalui persamaan matematis dalam bentuk diferensial parsial tidak linier. Terdapat banyak persamaan diferensial parsial tidak linier yang mendeskripsikan fenomena soliton seperti persamaan Korteweg de-Vries (Wadati, 2001), persamaan Burger (Chen dkk, 2016; Aksan, 2018), persamaan Schrödinger tidak linier (Triki dan Wazwaz, 2016), persamaan medan Affine Toda (Zuevsky, 2018) dan Sine-Gordon (Zhou dkk, 2017) serta persamaan Skyrme (Giacomini dkk, 2018). Namun, pada penelitian kali ini difokuskan untuk melakukan kajian soliton pada persamaan Burger.

Persamaan Burger adalah persamaan diferensial parsial dalam model difusi-adveksi-tidak linier yang biasanya memiliki satu variabel dalam ruang satu dimensi (Pannekoucke dkk, 2018). Persamaan ini penting dipelajari karena memiliki banyak penerapan seperti pada kajian adveksi dan turbulensi satu dimensi (Pannekoucke dkk, 2018). Selain itu, persamaan ini juga diterapkan dalam mempelajari kosmologi, dinamika gas dan pada kajian mekanika fluida (Bonkile dkk, 2018).

Penelitian tentang persamaan Burger pada umumnya berkaitan dengan cara memperoleh solusi dari persamaan Burger itu sendiri. Solusi dari persamaan Burger umumnya sangat sulit untuk diperoleh, sehingga dikembangkan beberapa metode pendekatan dalam menyelesaikan persamaan tersebut. Secara analitik, metode pendekatan yang umum dilakukan berupa pendekatan linier, yaitu dengan

melakukan transformasi persamaan Burger menjadi suatu persamaan linier sehingga lebih mudah dicari solusinya. Salah satu transformasi yang digunakan adalah transformasi Hopf-Cole (Chen dkk, 2016; Aksan, 2018).

Transformasi Hopf-Cole untuk mencari solusi persamaan Burger sebelumnya telah diterapkan oleh Chen dkk pada tahun 2016 dan Aksan pada tahun 2018. Chen dkk (2016) menyelesaikan persamaan Burger dengan mengubahnya ke bentuk persamaan difusi linier menggunakan transformasi Hopf-Cole melalui beberapa tahapan pengerjaan yang dilandaskan pada transformasi Fourier. Chen dkk (2016) dapat menemukan solusi soliton dari persamaan Burger. Aksan (2018), selanjutnya menggunakan urutan pengerjaan yang hampir serupa dengan Chen dkk (2016). Alih-alih menggunakan transformasi Fourier, Aksan (2018) menggunakan metode separasi variabel (deret Fourier). Berdasarkan mekanisme penyelesaian ini, Aksan (2018) tidak dapat memperlihatkan solusi soliton pada persamaan Burger tersebut.

Pada penelitian kali ini, dilakukan kembali analisis penyelesaian persamaan Burger menggunakan transformasi Hopf-Cole berdasarkan mekanisme yang dilandaskan pada transformasi Fourier oleh Chen dkk (2016) dan separasi variabel (deret Fourier) oleh Aksan (2018). Hal ini dilakukan untuk melihat bagaimana mekanisme penyelesaian yang berlandaskan transformasi Fourier oleh Chen dkk (2016) mampu menghasilkan solusi soliton pada persamaan Burger, sedangkan mekanisme dengan berlandaskan separasi variabel (deret Fourier) oleh Aksan (2018) tidak mampu memperlihatkan solusi soliton pada persamaan Burger tersebut.

## 1.2 Tujuan dan Manfaat Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mencari solusi persamaan Burger menggunakan transformasi Hopf-Cole melalui mekanisme penyelesaian yang berlandaskan transformasi Fourier oleh Chen dkk (2016) dan separasi variabel (deret Fourier) oleh Aksan (2018). Selain itu, penelitian ini juga bertujuan untuk memberikan analisa bagaimana penyelesaian yang dilandaskan pada transformasi Fourier mampu menghasilkan solusi soliton pada persamaan Burger, sedangkan penyelesaian yang berlandaskan separasi variabel (deret Fourier) tidak mampu menghasilkan solusi yang bersifat soliton pada persamaan Burger tersebut.

## 1.3 Ruang Lingkup dan Batasan Masalah

Penelitian ini mengacu pada penelitian Chen dkk (2016) dan Aksan (2018) yaitu menyelesaikan persamaan Burger menggunakan transformasi Hopf-Cole. Namun, pada penelitian ini ditambahkan analisa bagaimana solusi soliton mampu diperlihatkan dari mekanisme penyelesaian persamaan Burger tersebut. Selain itu, pada penelitian ini juga akan dibuat visualisasi solusi-solusi yang diperoleh.

## 1.4 Hipotesis

Mekanisme penyelesaian yang berlandaskan transformasi Fourier oleh Chen dkk (2016) mampu menghasilkan soliton pada persamaan Burger diduga karena soliton merupakan fungsi tidak periodik (bersifat lokal), sehingga penyelesaiannya lebih cocok menggunakan transformasi Fourier, sedangkan untuk mekanisme penyelesaian Aksan (2018), karena berlandaskan separasi variabel (deret Fourier), maka penyelesaiannya hanya cocok untuk menghasilkan solusi periodik (bersifat non-lokal) atau bukan soliton.