. .

DAFTAR ISI

DAFTAR SIMBOL

$\mathbb{R}$	himpunan bilangan riil.
$\mathbb{N}$	himpunan bilangan asli.
$\mathbb{R}^m$	himpunan vektor-vektor riil berukuran $m \times 1$.
$\mathbb{R}^{n\times n}$	himpunan matriks-matriks riil berukuran $n \times n$.
$\mathbb{R}^{n\times m}$	himpunan matriks-matriks riil berukuran $n \times m$.
$\mathcal{L}[f(t)]$	transformasi Laplace dari fungsi $f(t)$.
$\mathcal{L}^{-1}[F(s)]$	invers transformasi Laplace dari fungsi $F(s)$.
$f^{(m)}(t)$	turunan ke-m dari fungsi $f(t)$.
$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$	turunan ke $-\alpha$ dari fungsi $f(t)$.
$\Gamma(n)$	fungsi gamma.
$B(p,q)$	fungsi beta.
I_n	matriks identitas berordo n x n.

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Telah lazim dikenal bahwa bentuk umum sistem persamaan diferensial linier diberikan sebagai berikut :

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1.1.1}$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n\times m}$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ dan $\dfrac{d\mathbf{x}}{dt}$ menyatakan turunan pertama dari x terhadap t. Seiring dengan berkembangnya konsep turunan biasa menjadi turunan *fractional* oleh Joseph Liouville dalam tahun 1832, konsep sistem persamaan diferensial juga mengalami perkembangan. Salah satu pengembangan dari sistem persamaan diferensial (1.1.1) adalah sistem persamaan diferensial *fractional* yang diberikan sebagai berikut :

$$\frac{d^\alpha\mathbf{x}(t)}{dt^\alpha} = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \tag{1.1.2}$$

dimana $\dfrac{d^\alpha\mathbf{x}(t)}{dt^\alpha}$ menyatakan turunan *fractional* orde α dari $\mathbf{x}(t)$, dengan $m-1 < \alpha < m, m \in \mathbb{N}$.

Ada berbagai macam konsep turunan *fractional* orde α ini, diantaranya yang paling dikenal ialah turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville dan turunan *fractional* tipe Caputo. Untuk setiap α dengan $m-1 < \alpha < m, m \in \mathbb{N}$, turunan *fractional* tipe Riemann-Liouville orde α dari fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?] :

$$\frac{d^{\alpha}f(t)}{dt^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\frac{d^{m}}{dt^{m}}\int_{0}^{t}(t-\tau)^{m-\alpha-1}f^{(m)}(\tau)d\tau. \qquad (1.1.3)$$

dan turunan *fractional* tipe Caputo orde α dari fungsi $f(t)$ didefinisikan sebagai berikut [?] :

$$\frac{d^{\alpha}f(t)}{dt^{\alpha}} = \frac{1}{\Gamma(m-\alpha)}\int_{0}^{t}(t-\tau)^{m-\alpha-1}\frac{d^{m}}{dt^{m}}f(\tau)d\tau. \qquad (1.1.4)$$

Konsep turunan *fractional* tipe Caputo ini dapat diperluas untuk fungsi vektor $\mathbf{f}$(t). Dalam tugas akhir ini akan diselesaikan sistem persamaan diferensial 1.1.2, dimana $\frac{d^{\alpha}\mathbf{x}(t)}{dt^{\alpha}}$ adalah turunan *fractional* tipe Caputo.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan solusi dari sistem persamaan (1.1.2), dimana $\frac{d^{\alpha}\mathbf{x}(t)}{dt^{\alpha}}$ adalah turunan *fractional* tipe Caputo.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, permasalahan difokuskan pada solusi sistem persamaan (1.1.2) dengan menggunakan turunan *fractional* tipe Caputo (1.1.4) untuk $m-1 < \alpha < m$, $m \in \mathbb{N}$.

1.4 Tujuan Penulisan

Tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan solusi dari sistem persamaan (1.1.2), dimana $\frac{d^\alpha \mathbf{x}(t)}{dt^\alpha}$ adalah turunan *fractional* tipe Caputo.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut : Bab I Pendahuluan, yang memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, membahas mengenai teori-teori dasar sebagai acuan yang digunakan dalam pembahasan. Bab III berisikan pembahasan tentang solusi dari sistem persamaan diferensial *fractional* linier. Selanjutnya Bab IV berisi kesimpulan dari penulisan ini.