

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Distribusi peluang dibedakan menjadi dua berdasarkan jenis peubah acaknya, yaitu distribusi peluang diskrit dan distribusi peluang kontinu. Satu diantara contoh distribusi peluang kontinu adalah distribusi gamma. Menurut Bain [2] nama gamma (Γ) berasal dari fungsi gamma yang dinotasikan dengan $\Gamma(\kappa)$ dan didefinisikan sebagai $\Gamma(\kappa) = \int_0^{\infty} x^{\kappa-1} e^{-x} dx$ untuk semua $\kappa > 0$, sedangkan peubah acak kontinu X yang berdistribusi gamma dengan parameter bentuk α , dan parameter skala β dinotasikan $X \sim \text{Gamma}(\alpha, \beta)$ mempunyai fungsi kepadatan peluang (fkp) sebagai berikut

$$f_X(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x\beta}, & \text{untuk } 0 < x < \infty; \alpha > 0, \beta > 0 \\ 0 & \text{, untuk } x \text{ lainnya.} \end{cases} \quad (1.1)$$

Distribusi gamma dapat digunakan untuk menyelesaikan persoalan dalam bidang statistik, teknik dan sains. Satu diantara contohnya bahwa distribusi gamma berperan penting dalam teori antrian dan teori keandalan (realibilitas), misalnya untuk mengatasi masalah kehilangan data. Menurut Rosita [10] estimasi parameter distribusi gamma dapat digunakan untuk mengatasi kehilangan data penjualan pulsa pada sebuah *official site*. Aplikasi dari distribusi gamma ini akan semakin meluas jika kita lakukan kajian yang lebih dalam tentang distribusi gamma. Satu diantara contohnya adalah dengan melakukan konvolusi dari peubah acak yang berdistribusi gamma.

Konvolusi adalah operasi penjumlahan dari peubah-peubah acak bebas. Dengan menggunakan konvolusi dapat ditentukan distribusi baru dari suatu peubah acak yang merupakan jumlah dari peubah-peubah acak distribusi sebelumnya. Misalkan $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$ adalah jumlah dari peubah acak X_i dengan

$i = 1, 2, \dots, n$, yang memiliki fungsi distribusi gamma. Dengan menggunakan fungsi kepadatan peluang untuk masing-masing peubah acak gamma maka dapat diperoleh fungsi kepadatan peluang f_{S_n} . Dalam hal ini Akkouchi [1] telah melakukan konvolusi dengan dua asumsi yaitu konvolusi distribusi gamma dengan parameter yang sama dan parameter yang berbeda.

Kajian tentang konvolusi distribusi gamma akan lebih menarik jika diberikan konstanta penstabil, karena dengan pemberian konstanta penstabil akan memunculkan fungsi kepadatan peluang baru. Hal ini pernah dilakukan Anas [9] pada distribusi eksponensial, dimana distribusi eksponensial ini adalah satu diantara contoh bentuk khusus dari distribusi gamma dengan parameter $\alpha = 1$. Peubah acak W yang berdistribusi Gamma dengan konstanta penstabil atau bisa dinotasikan $W \sim \text{Gamma}_{\text{penstabil}}(\alpha, \beta)$, didefinisikan sebagai suatu distribusi gamma dengan support $(0, \infty)$ diskala menjadi $(0, 1)$ sehingga membentuk fungsi kepadatan peluang baru, yaitu

$$f_W(w; \alpha, \beta) = \theta \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} w^{\alpha-1} \exp(-w\beta) \quad (1.2)$$

untuk setiap $0 < w < 1, \alpha > 0$, dan $\beta > 0$ dimana

$$\theta = \frac{\Gamma(\alpha)}{\beta^\alpha \int_0^1 w^{\alpha-1} e^{-w\beta} dw} \quad (1.3)$$

sebagai konstanta penstabil yang bergantung pada α dan β yang digunakan untuk mengendalikan fungsi kepadatan peluang Gamma. Jika dimisalkan peubah acak W_i dengan $i = 1, 2, \dots, n$ merupakan peubah acak gamma yang dibangkitkan oleh konstanta penstabil. Misalkan $S_{p_n} = W_1 + W_2 + \dots + W_n$ adalah jumlah dari peubah acak W_i maka akan diperoleh distribusi dari S_{p_n} yang memiliki fungsi kepadatan peluang $f_{S_{p_n}}$.

Berdasarkan penjelasan di atas telah dibahas tentang konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil. Pemberian konstanta penstabil pada fungsi kepadatan peluang distribusi gamma bertujuan agar fungsi kepadatan peluang yang didapatkan tetap mempertahankan sifat-sifat dari fungsi kepadatan peluang. Sehingga konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil menjadi

sangat menarik untuk dikaji. Oleh karena itu, dalam tulisan ini akan diberikan secara rinci bagaimana bentuk konvolusi distribusi gamma dengan parameter yang berbeda dan parameter yang sama, sekaligus juga bentuk konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil untuk parameter yang sama dan parameter yang berbeda.

1.2 Rumusan Masalah

Dengan mengacu pada latar belakang masalah, maka permasalahan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut

1. Bagaimana bentuk fungsi kepadatan peluang dari konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil untuk parameter yang berbeda ?
2. Bagaimana bentuk fungsi kepadatan peluang dari konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil untuk parameter yang sama ?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan pada latar belakang dan rumusan masalah, maka tujuan penelitian ini adalah

1. Untuk menentukan fungsi kepadatan peluang dari konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil untuk parameter yang berbeda.
2. Untuk menentukan fungsi kepadatan peluang dari konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil untuk parameter yang sama.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian diharapkan menambah wawasan kepada pembaca tentang konvolusi distribusi gamma dengan konstanta penstabil, serta diharapkan penelitian ini dapat dijadikan referensi bagi pembaca untuk menentukan konvolusi distribusi kontinu lainnya beserta sifat-sifatnya.