BAB IV

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil pembahasan dalam tugas akhir ini dapat disimpulkan bahwa:

(1) Misalkan V dan W ruang hasilkali dalam berdimensi hingga, $T : V \longrightarrow W$ transformasi linier. Pernyataan berikut ekuivalen

  (a) T isometri,

  (b) Jika $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \cdots, \mathbf{u}_n\}$ basis orthonormal dari V, maka $\{T(\mathbf{u}_1), T(\mathbf{u}_2), \cdots, T(\mathbf{u}_n)\}$ basis orthonormal dari W.

(2) (a) Misalkan T operator linier di $\mathbb{R}^n$, $T : \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^n$ isometri (dengan hasilkali titik) jika dan hanya jika matriks standar $[T]$ adalah orthogonal.

  (b) Misalkan T operator linier di $\mathbb{C}^n$, operator linier $T : \mathbb{C}^n \longrightarrow \mathbb{C}^n$ isometri jika dan hanya jika matriks standar $[T]$ uniter.

  (c) Dua ruang hasilkali dalam riil berdimensi hingga adalah isometrik jika dan hanya jika kedua ruang hasilkali dalam riil berdimensi hingga mempunyai dimensi yang sama.

  (d) Dua ruang hasilkali dalam kompleks berdimensi hingga adalah isometrik jika dan hanya jika kedua ruang hasilkali dalam kompleks berdimensi hingga mempunyai dimensi yang sama.

(3) (a) Jika $A \in M_{n\times n}(\mathbb{C})$ maka $\forall$ $\mathbf{v}, \mathbf{w} \in \mathbb{C}^n$

$$\left\langle A\mathbf{v}, \mathbf{w}\right\rangle = \left\langle \mathbf{v}, A^*\mathbf{w}\right\rangle$$

(b) Misalkan $F = \mathbb{R}$ atau $\mathbb{C}$ jika $T : F^n \longrightarrow F^n$ operator linier, maka T adalah *self adjoint* jika dan hanya jika $[T]$ adalah *self adjoint.*

(4) Setiap operator *self adjoint* $T : V \longrightarrow V$ pada ruang hasilkali dalam V berdimensi hingga mempunyai nilai eigen riil.

(5) $T : V \longrightarrow V$ adalah operator *self adjoint*, dimana V adalah ruang hasilkali dalam berdimensi hingga. Maka V mempunyai basis orthonormal dari vektor eigen T.

(6) $T : V \longrightarrow V$ adalah operator *self adjoint* dari ruang hasilkali dalam V berdimensi hingga. Maka ada subruang yang saling orthogonal $W_1, W_2, \cdots, W_s$ dari V, dan dengan bilangan riil $r_1, r_2, \cdots, r_s$ yang berbeda,sehingga

$$\begin{aligned} T &= r_1 Proj_{W_1} + r_2 Proj_{W_2} + \cdots + r_s Proj_{W_s} \\ \text{dan } I_v &= Proj_{W_1} + Proj_{W_2} + \cdots + Proj_{W_s} \end{aligned}$$

dimana $I_v : V \longrightarrow V$ operator identitas. T disebut resolusi spektral dari T.