

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Himpunan bilangan bulat adalah gabungan dari himpunan bilangan negatif, nol dan himpunan bilangan positif. Himpunan semua bilangan bulat dilambangkan dengan \mathbb{Z} . Himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} tertutup terhadap operasi penjumlahan dan perkalian. Artinya, jumlah dan hasil kali dua bilangan bulat juga bilangan bulat. Tetapi, himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} tidak tertutup terhadap operasi pembagian, karena hasil pembagian dua bilangan bulat belum tentu bilangan bulat pula.

Pada operasi pembagian himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} terdapat suatu Teorema Pembagian (Division Theorem)[?]. Teorema ini terkait dengan suatu bilangan bulat yang jika dibagi dengan bilangan bulat lain akan memiliki hasil bagi dan sisa, sedemikian sehingga $a = bq + r$ dengan $0 \leq r < |b|$ dimana $a, b \in \mathbb{Z}$. Pada teorema ini, q adalah hasil bagi bilangan bulat a oleh bilangan bulat b dan r adalah sisa dari pembagian tersebut, nilai q dan r tunggal di \mathbb{Z} .

Ring merupakan suatu himpunan tak kosong dengan dua operasi biner yaitu penjumlahan dan perkalian yang memenuhi beberapa aksioma. Ring dinotasikan dengan R . Suatu ring R dikatakan ring komutatif jika $a \cdot b = b \cdot a$, untuk setiap $a, b \in R$ [?].

Suatu fungsi $f(x)$ disebut polinomial apabila $f(x)$ dapat ditulis sebagai

$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ dimana n suatu bilangan bulat non-negatif dan $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ adalah koefisien dari $f(x)$. Koefisien $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ merupakan elemen-elemen dari suatu himpunan.

Jika R suatu ring komutatif, maka ring polinomial $R[X]$ merupakan himpunan yang memuat semua polinomial dalam variabel tak tentu X , yang koefisien-koefisien untuk setiap polinomialnya berada di R .

Oleh karena Teorema Pembagian juga berlaku pada ring polinomial, maka pada penelitian ini akan dikaji Teorema Pembagian pada $R[X]$.

1.2 Perumusan Masalah

Pada latar belakang telah disebutkan bahwa pada himpunan bilangan bulat \mathbb{Z} dikenal adanya Teorema Pembagian (Division Theorem), maka yang menjadi rumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana Teorema Pembagian itu berlaku pada ring polinomial $R[X]$.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada penelitian ini, pembahasan selanjutnya dibatasi hanya untuk menunjukkan bagaimana suatu polinomial pada ring polinomial $R[X]$ dievaluasi di $r \in R$.

1.4 Tujuan Penelitian

Penulisan penelitian ini bertujuan untuk:

1. Mengkaji Teorema Pembagian pada ring polinomial $R[X]$.
2. Mengkaji evaluasi polinomial-polinomial di $R[X]$ pada elemen-elemen di R .

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut, yaitu: Bab I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II Landasan Teori, yang membahas mengenai teori-teori sebagai acuan dasar dalam pembahasan. Bab III Pembahasan, yang akan memaparkan tentang teorema pembagian pada ring polinomial $R[X]$ dan evaluasi polinomial-polinomial di $R[X]$ pada elemen-elemen di R . Bab IV Kesimpulan dari hasil pembahasan.

