

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan salah satu cabang ilmu matematika yang sangat bermanfaat untuk membantu menyelesaikan suatu permasalahan dalam kehidupan nyata. Beberapa contoh permasalahan dalam kehidupan sehari-hari yang dapat direpresentasikan sebagai masalah yang berkaitan dengan teori graf, misalnya masalah penjadwalan dengan pewarnaan titik graf, penggambaran struktur organisasi.

Salah satu kajian dalam teori graf adalah dimensi metrik. Istilah dimensi metrik pada teori graf muncul pertama kali pada tahun 1976, yaitu pada artikel yang ditulis oleh F. Harary dan R. A. Miltner yang berjudul *On the metric dimension of a graph* [?].

Misalkan terdapat graf terhubung G . Misalkan u dan v adalah titik-titik dalam G . Jarak antara u dan v , dinotasikan $d(u, v)$, adalah panjang lintasan terpendek antara kedua titik tersebut di G . Misalkan terdapat himpunan terurut $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\} \subset V(G)$. Representasi titik v terhadap W , dinotasikan $r(v|W)$, didefinisikan sebagai k -vektor,

$$r(v|W) = (d(v, w_1), d(v, w_2), \dots, d(v, w_k)).$$

Jika untuk setiap dua titik u dan v di G berlaku bahwa $r(u|W) \neq r(v|W)$, maka W dinamakan himpunan pemisah untuk G . Himpunan pemisah dengan kardinalitas minimum dinamakan himpunan pemisah minimum, dan kardinalitas dari himpunan pemisah minimum dinamakan **dimensi metrik** dari G , dinotasikan $\dim(G)$ [?].

Chartrand dkk. [?] menentukan sifat-sifat graf terhubung G dengan $\dim(G) = 1$, $\dim(G) = n - 1$, dan $\dim(G) = n - 2$. Selanjutnya pada makalah yang sama diperoleh dimensi metrik dari graf lingkaran C_n , graf pohon sebarang T , serta batas untuk dimensi metrik dari graf *unicyclic*, yaitu graf yang memuat tepat satu *cycle*.

Graf tangga segitiga diperumum dinotasikan dengan Tr_n untuk $n \geq 2$ adalah graf dengan himpunan titik $V(Tr_n) = \{v\} \cup \{v_{ij} \mid 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n - i + 1\}$ dan himpunan sisi $E(Tr_n) = \{vv_{1j} \mid 1 \leq j \leq n\} \cup \{v_{ij}v_{i(j+1)} \mid 1 \leq i \leq n - 1, 1 \leq j \leq n - i\} \cup \{v_{ij}v_{(i+1)j} \mid 1 \leq i \leq n - j, 1 \leq j \leq n - 1\} \cup \{v_{ij}v_{(i+1)(j-1)} \mid 1 \leq i \leq j - 1, 2 \leq j \leq n\}$ [?].

Pada penelitian ini akan ditentukan dimensi metrik dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen, graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen adalah graf yang berasal dari graf-graf G_1, G_2, \dots, G_m dimana $G_1 = G_2 = \dots = G_m = Tr_n$. Setiap graf G_i tersebut mempunyai titik terminal $v_{0,1} = v_{0,2} = \dots = v_{0,m} = v$, untuk suatu $v \in V(Tr_n)$. Graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen adalah graf yang diperoleh dengan cara mengidentifikasi titik-titik terminal $v_{0,i}$ dari setiap graf G_i sehingga $v_{0,1} = v_{0,2} = \dots = v_{0,m}$ pada graf $Amal\{G_i, v_{0i}\}_{i=1}^m$. Mengidentifikasi titik-titik

$v_{0,i}$ artinya menyatukan titik - titik $v_{0,i}$ sehingga terbentuk sebuah titik baru pada graf $Amal\{G_i, v_{0i}\}_{i=1}^m$. Pada penelitian ini graf $Amal\{Tr_n, v_{0i}\}_{i=1}^m$ dengan $v_{0,i} = v$ secara sederhana dinotasikan dengan $Amal\{Tr_n, v\}_m$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penulisan tugas akhir ini adalah bagaimana menentukan dimensi metrik dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_m$, dengan membatasi untuk $m = 2$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah menentukan dimensi metrik dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_2$ dan $n \geq 2$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika Penulisan yang digunakan dalam tugas akhir terdiri dari empat bab. Bab I Pendahuluan yang memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II dijelaskan mengenai landasan teori yang berisi materi dasar dan materi-materi penunjang. Pada Bab III memuat pembahasan tentang penentuan dimensi metrik dari graf amalgamasi tangga segitiga diperumum homogen $Amal\{Tr_n, v\}_2$. Penulisan tugas akhir ini diakhiri dengan kesimpulan dari pembahasan.