

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu sistem persamaan diferensial linier ditulis dalam persamaan berikut :

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1.1.1)$$

dimana $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ dan $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$. Sistem (??) dikatakan positif jika trajektori dari sistem (??) tidak pernah meninggalkan orthant non negatif sejak dari \mathbf{x}_0 . Secara formal sistem (??) dikatakan positif jika untuk setiap syarat awal $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}_+^n$ dan $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}_+^m$ maka $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}_+^n$ untuk $t \geq 0$.

Dewasa ini, kajian tentang sistem persamaan diferensial linier sudah berkembang sangat pesat. Salah satu perkembangannya adalah perluasan orde dari turunan dalam persamaan (??). Dalam skripsi ini, akan dikaji solusi dari sistem persamaan berikut :

$$\frac{d^\alpha \mathbf{x}(t)}{dt^\alpha} = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0 \quad (1.1.2)$$

dengan

$$\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(k - \alpha)} \int_0^t \frac{f^{(k)}(\tau) d\tau}{(t - \tau)^{\alpha+1-k}} \quad (1.1.3)$$

untuk $k - 1 < \alpha < k, k \in \mathbb{N}$, dan Γ adalah fungsi Gamma. Persamaan (??) disebut sebagai turunan *fractional* Caputo orde α . Sistem (??) dikenal sebagai sistem persamaan diferensial *fractional* linier.

Bentuk sistem (??) pertama kali diperkenalkan oleh Caputo [2]. Dalam skripsi ini, akan dikaji solusi dari sistem (??) yang positif [6]. Definisi kepositifan untuk sistem (??) dapat diperluas dari definisi kepositifan dari sistem (??)[6].

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas dalam skripsi ini adalah menentukan solusi dari sistem (??) yang positif.

1.3 Pembatasan Masalah

Dalam skripsi ini, permasalahan hanya difokuskan pada sistem (??) untuk $0 < \alpha < 1$.

1.4 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk mengetahui solusi dari sistem (??).

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I berisi latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang menjelaskan teori-teori dasar yang berkaitan dengan pembahasan, yaitu Transformasi Laplace, turunan *fractional*. Bab III berisikan pembahasan tentang pembuktian solusi dari sistem (??). Selanjutnya Bab IV berisi kesimpulan dari penulisan ini.

