

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Ilmu matematika merupakan ilmu pasti yang sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Dalam ilmu matematika terdapat beberapa bidang ilmu, di antaranya matematika terapan, statistika, kombinatorika, aljabar dan analisis. Pada tugas akhir ini akan dikaji mengenai salah satu bagian dari ilmu kombinatorika yaitu tentang teori graf.

Graf adalah pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Titik menggambarkan suatu objek dan sisi adalah penghubung antara satu objek dengan objek lainnya, sehingga membentuk suatu pola. Beberapa jenis graf diantaranya adalah graf lengkap, graf lintasan, graf siklus, dan graf bintang. Graf lengkap  $K_n$  adalah graf terhubung dengan  $n$  titik dimana setiap titiknya saling bertetangga, semua titiknya berderajat  $n-1$ . Graf lintasan  $P_n$  adalah graf terhubung dengan  $n$  titik dimana dua titik ujungnya berderajat satu dan sebanyak  $n-2$  titik lainnya berderajat dua. Graf siklus  $C_n$  adalah graf terhubung dengan  $n$  titik dimana setiap titiknya berderajat dua. Graf bintang  $K_{1,n}$  merupakan graf terhubung dengan  $n+1$  titik dimana satu titik berderajat  $n$  dan sebanyak  $n$  titik berderajat satu.

Pada tahun 1930, seorang ilmuwan bernama Ramsey mengemukakan

suatu teori mengenai pencarian prosedur untuk menemukan benar-salahnya suatu formula logika yang diberikan. Teori tersebut dikenal sebagai Teori Ramsey yang kemudian mempunyai banyak penerapan dalam bidang matematika, teknik informasi, komputasi dan ilmu ekonomi [5].

Teori Ramsey diaplikasikan oleh Erdos pada tahun 1935 dalam teori graf dan menjadi salah satu cabang dalam teori graf yang mendapat banyak perhatian dalam beberapa tahun terakhir ini [4]. Teori Ramsey tidak hanya tumbuh dan berkembang dalam bidang logika tetapi juga ditemukan dalam bidang matematika lainnya seperti aljabar, analisis harmonik, geometri, ruang metrik, teori bilangan, teori ergodik dan topologi [5].

Seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan, teori graf juga mengalami perkembangan, salah satunya adalah kajian tentang Graf Ramsey Minimal. Menurut Burr[2], graf Ramsey  $(G, H)$ -minimal didefinisikan sebagai berikut. Misalkan terdapat graf  $G$  dan  $H$ . Suatu graf  $F$  dikatakan sebagai graf Ramsey  $(G, H)$ -minimal apabila:

1. Untuk sebarang pewarnaan terhadap sisi-sisi graf  $F$ , akan selalu terdapat graf  $G$  merah atau graf  $H$  biru.
2. Jika salah satu sisi sebarang di graf  $F$  dihapus, namakan sisi  $e$ , kemudian dinotasikan graf baru dengan  $F \setminus \{e\}$ ,  $\forall e \in F$ , maka terdapat pewarnaan terhadap sisi-sisi di graf  $F$  sehingga graf  $F \setminus \{e\}$  tidak memuat graf  $G$  merah dan graf  $H$  biru.

Untuk suatu graf  $G$  dan  $H$  tertentu, jika graf  $F$  memenuhi dua syarat di atas maka graf  $F$  termasuk ke dalam kelas Ramsey minimal untuk pasangan graf  $G$  dan  $H$ , dinotasikan dengan  $\mathcal{R}(G, H)$ . Pada penulisan skripsi ini, warna merah dinyatakan dengan garis putus-putus dan warna biru dinyatakan dengan garis tidak putus-putus.

Pada tahun 2016 Wijaya dan Baskoro menemukan beberapa cara mengkonstruksi graf yang termasuk ke dalam kelas  $\mathcal{R}(2K_2, 2H)$ , dimana graf  $H$  adalah suatu graf siklus, graf lintasan atau graf bintang [6]. Kemudian pada tahun yang sama Wijaya dkk [7] juga melakukan kajian untuk graf yang termasuk ke dalam kelas  $\mathcal{R}(mK_2, H)$ . Selanjutnya, Wijaya dkk memberikan syarat perlu dan syarat cukup untuk graf yang termasuk kedalam kelas  $\mathcal{R}(mK_2, H)$  untuk sebarang graf  $H$ , dimana  $m$  adalah bilangan bulat positif.

## 1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, permasalahan yang muncul adalah bagaimana menentukan karakterisasi dari graf yang termasuk dalam suatu kelas Ramsey minimal  $\mathcal{R}(G, H)$ , dimana graf  $G$  dan  $H$  telah ditentukan sebelumnya. Pada penelitian ini akan ditentukan graf yang menjadi anggota  $\mathcal{R}(aK_2, bK_{1,n})$  dan  $\mathcal{R}(3K_2, bK_{1,n})$  untuk  $n, a, b \in \mathbb{N}$  dimana graf  $G$  adalah graf  $aK_2$  yaitu  $a$  buah graf lengkap  $K_2$  dan graf  $2K_2$  adalah dua buah graf lengkap  $K_2$ , sementara graf  $H$  adalah graf  $bK_{1,n}$  yaitu  $b$  buah graf bintang  $K_{1,n}$ .

### 1.3 Tujuan Penelitian

Pada tugas akhir ini akan dicari graf yang termasuk dalam kelas Ramsey minimal  $\mathcal{R}(aK_2, bK_{1,n})$  dan  $\mathcal{R}(3K_2, bK_{1,n})$ .

### 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penulisan skripsi ini terdiri atas empat bab, yaitu Bab I pendahuluan dimulai dari latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. Bab II landasan teori dimulai dari definisi graf, sejarah teori Ramsey, graf Ramsey minimal. Bab III pembahasan dari hasil penelitian yang diperoleh. Bab IV penutup yang memuat kesimpulan dari skripsi ini. Kemudian, hasil baru yang diperoleh dalam tugas akhir ini dinyatakan dengan simbol  $\diamond$ .

