BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Di dalam matematika istilah ruang berarti himpunan yang disertai beberapa struktur tambahan. Ruang-ruang dalam matematika seringkali membentuk hierarki, yakni, suatu ruang mewarisi semua karakteristik ruang induk. Sebagai contoh, semua ruang hasil kali dalam adalah juga ruang norm, karena hasil kali dalam menginduksi norm pada ruang hasil kali dalam.

Pada tahun 1970-an, Gahler memperumum konsep ruang norm menjadi ruang norm-n (untuk n$\geq$2). Sementara ruang hasil kali dalam dikembangkan menjadi ruang hasil kali dalam-n (untuk n$\geq$2) oleh Misiak pada tahun 1980-an [2]. Norm-n secara geometri dapat dipandang sebagai volume paralelpipedium yang direntang oleh n vektor. Jika norm suatu vektor dapat dipandang sebagai panjang vektor maka norm-2 dipandang sebagai luas jajar genjang yang direntang oleh dua vektor. Selain itu, suatu hasil kali dalam-n menginduksi norm-n. Akibatnya, ruang hasil kali dalam-2 juga merupakan ruang norm-2.

Misalkan X suatu himpunan tak kosong, $\mathfrak{A}$ adalah suatu sigma aljabar dan μ adalah ukuran pada X. Misalkan (X $\mathfrak{A}$, μ) adalah ruang ukuran yang memiliki sekurang-kurangnya n subhimpunan yang saling lepas dengan ukuran positif. Ruang $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$, $1 \leq p < \infty$, adalah ruang kelas ekuivalen dari fungsi-fungsi sedemikian sehingga $\int_X |f(x)|^p d\mu(X) < \infty$. Misalkan fungsional $\|[f]\|_p = \left[\int_X |f(x)|^p d\mu(X)\right]^{1/p}$ merupakan suatu norm pada $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$, maka ruang $(L^p(X, \mathfrak{A}, \mu), \|\cdot\|_p)$ merupakan ruang bernorm.

Pada tahun 2015, Ekariani ,Gunawan dan Lindiarni mengkaji ruang $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$, $1 \leq p < \infty$ sebagai ruang norm-n[3]. Pada penelitian ini akan dibahas kasus khusus dari [3] untuk n=2. Ruang $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$ merupakan ruang hasil kali dalam [7], lebih lanjut akan dikaji juga ruang $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$ untuk $p = 2$ merupakan ruang hasil kali dalam-2. Hal ini merupakan perumuman dari konsep ruang hasil kali dalam yang merupakan ruang norm, sehingga menarik untuk dikaji.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas, penelitian ini akan membahas $L^p(X, \mathfrak{A}, \mu)$, $1 \leq p < \infty$ sebagai ruang norm-2.

1.3 Pembatasan Masalah

Masalah dalam penelitian ini dibatasi untuk $X = [0, 1]$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah menunjukkan ruang $L^p([0, 1], \mathfrak{A}, \mu)$, untuk $1 \leq p < \infty$ sebagai ruang norm-2 dan juga merupakan ruang hasil kali dalam-2 untuk $p = 2$.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut, yaitu: BAB I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori, yang akan di jadikan acuan dasar dalam penulisan skripsi tugas akhir. BAB III Pembuktian norm-2 pada ruang $L^p([0,1],\mathfrak{A},\mu)$ untuk $1 \leq p < \infty$ dan hasil kali dalam-2 pada ruang $L^2([0,1],\mathfrak{A},\mu)$. BAB IV menarik kesimpulan dari pembahasan.