

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Grup adalah suatu himpunan tak kosong yang dilengkapi dengan suatu operasi yang memenuhi sifat asosiatif, memiliki unsur satuan, dan memiliki balikan (invers). Sedangkan, subgrup adalah subhimpunan atau himpunan bagian dari suatu grup dengan operasi biner yang sama dengan grup tersebut dan memiliki balikan pada subgrup itu sendiri. Setiap grup dan subgrup dapat dibentuk dalam bentuk presentasi grup. Presentasi grup adalah himpunan relasi yang harus dipenuhi oleh unsur pembangun grup, yang menggambarkan isi dari grup berdasarkan relasi dan unsur pembangunnya.

Salah satu sistem matematika yang memenuhi sifat-sifat grup yaitu grup quaternion. Grup quaternion adalah grup tak komutatif berorde delapan yang didefinisikan dari unsur quaternion yang ditemukan oleh Sir William Hamilton pada tahun 1843 [?]. Pada tahun 2018, Yanita, dkk [?] mengkaji suatu grup berdasarkan definisi grup quaternion di atas dan diperoleh grup dari representasi grup quaternion dan hasil kali Kronecker tersebut. Representasi adalah suatu homomorfisma grup dari  $G$  ke suatu grup dari matriks berukuran  $n \times n$  yang memiliki invers [?]. Hasil kali Kronecker adalah suatu operasi matriks yang disimbolkan dengan  $\otimes$  dan didefinisikan dengan  $A \otimes B = [a_{ij}B]$  dimana  $A$  adalah matriks berukuran  $m \times n$ ,  $B$  adalah matriks berukuran  $p \times q$

dan  $A \otimes B$  adalah matriks berukuran  $mp \times nq$  [?]. Grup ini merupakan grup berorde 32 dan memiliki subgrup-subgrup berorde dua, empat, delapan dan enam belas. Tulisan ini akan membahas tentang presentasi subgrup sejati dari representasi grup quaternion dan hasilkali Kronecker.

## 1.2 Rumusan Masalah

Penentuan orde subgrup dari suatu grup dapat dilakukan dengan menggunakan teorema Lagrange. Teorema ini menyatakan bahwa orde dari suatu subgrup membagi habis orde dari grupnya. Berdasarkan teorema ini, jika grupnya berhingga maka dapat dengan mudah ditentukan orde dari subgrupnya. Selanjutnya masalah bagaimana struktur unsur dari subgrup tidak dibicarakan pada teorema Lagrange. Oleh karena itu, pada skripsi ini akan dibahas bagaimana bentuk struktur subgrup dari representasi grup quaternion dan hasilkali Kronecker dengan memperhatikan generator dan relasinya atau bentuk presentasinya.

## 1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian ini adalah memperoleh presentasi subgrup sejati dari suatu grup yang diperoleh dengan mengaplikasikan hasilkali Kronecker pada unsur-unsur dari representasi grup quaternion.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan ini terdiri dari empat bab yaitu : BAB I Pendahuluan yang memuat latar belakang, rumusan masalah, tujuan penelitian, dan sistematika penulisan. Landasan teori yang digunakan dalam penelitian ini dimuat dalam bab II yang berisi materi-materi dasar dalam penunjang penelitian ini berupa definisi grup, presentasi grup dan grup dari representasi grup quaternion dan hasilkali Kronecker. BAB III Presentasi Subgrup Sejati dari Representasi Grup Quaternion dan Hasilkali Kronecker yang berisikan penjelasan mengenai presentasi subgrup yang diperoleh dari pengelompokan subgrup-subgrup dengan kesamaan perkalian antar unsur subgrup. Selanjutnya, membentuk relator dan generator untuk presentasi subgrup dari representasi grup quaternion dan hasilkali Kronecker. Kesimpulan dari hasil pembentukuyan presentasi subgrup dari grup quaternion dan hasilkali Kronecker dijelaskan pada bagian bab IV.

