

BAB I

KESIMPULAN DAN SARAN

1.1 Kesimpulan

Dalam penyelesaian masalah model Lotka-Volterra pada persamaan

$$\begin{aligned}\frac{dN_1}{dt} &= r_1 N_1 \left(1 - \frac{N_1 + \beta_{12} N_2}{K_1} \right) \\ \frac{dN_2}{dt} &= r_2 N_2 \left(1 - \frac{N_2 + \beta_{21} N_1}{K_2} \right)\end{aligned}$$

dilakukan analisis perilaku dari model untuk mendapatkan kestabilan dari model tersebut.

Dalam model tersebut didapatkan empat titik tetap yaitu :

- (i) Titik $(0, 0)$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = r_1$ dan $\lambda_2 = r_2$,
- (ii) Titik $(0, K_2)$ dengan nilai eigennya $\lambda_1 = -r_2$ dan $\lambda_2 = r_1 \left(1 - \frac{\beta_{12} K_2}{K_1} \right)$,
- (iii) Titik $(K_1, 0)$ dengan nilai eigennya $\lambda_1 = -r_1$ dan $\lambda_2 = r_2 \left(1 - \frac{\beta_{21} K_1}{K_2} \right)$,
- (iv) Titik $\left(\frac{K_1 - \beta_{12} K_2}{1 - \beta_{21} \beta_{12}}, \frac{K_2 - \beta_{21} K_1}{1 - \beta_{21} \beta_{12}} \right)$ dengan nilai eigennya λ_1 dan λ_2 yakni

$$\lambda_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dimana

$$\begin{aligned}
 a &= (1 - \beta_{12}\beta_{21}) \\
 b &= - \left(r_1 \left(\beta_{12} \frac{K_2}{K_1} - 1 \right) + r_2 \left(\beta_{21} \frac{K_1}{K_2} - 1 \right) \right) \\
 c &= (1 - \beta_{12}\beta_{21}) \left[r_1 \left(\beta_{12} \frac{K_2}{K_1} - 1 \right) r_2 \left(\beta_{21} \frac{K_1}{K_2} - 1 \right) \right] \\
 b^2 - 4ac &= \left(- \left(r_1 \left(\beta_{12} \frac{K_2}{K_1} - 1 \right) + r_2 \left(\beta_{21} \frac{K_1}{K_2} - 1 \right) \right) \right)^2 \\
 &\quad - 4(1 - \beta_{12}\beta_{21})^2 \left[r_1 \left(\beta_{12} \frac{K_2}{K_1} - 1 \right) r_2 \left(\beta_{21} \frac{K_1}{K_2} - 1 \right) \right]
 \end{aligned}$$

Model persamaan Lotka-Volterra memiliki dua macam kestabilan, dengan kestabilan yang pertama terdapat pada titik tetap $\left(\frac{K_1 - \beta_{12}K_2}{1 - \beta_{21}\beta_{12}}, \frac{K_2 - \beta_{21}K_1}{1 - \beta_{21}\beta_{12}} \right)$. Berdasarkan keadaan kestabilan, spesies 1 dan spesies 2 dapat hidup berdampingan karena ketersediaan sumber makanan melimpah dan dapat memenuhi kebutuhan hidup dari kedua spesies sehingga populasi kedua spesies sama-sama meningkat.

Kestabilan yang kedua terdapat pada titik tetap $(0, K_2)$ dan $(K_1, 0)$. Berdasarkan keadaan kestabilan populasi spesies saling bertolak belakang. Populasi spesies 1 akan mengalami kepunahan karena kehadiran spesies 2 dan sebaliknya, yang disebabkan oleh ketersediaan makanan yang terbatas untuk memenuhi kebutuhan hidup kedua spesies.

1.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya, dapat dilakukan analisis kestabilan titik tetap pada model persaingan dua spesies *predator* dan dua spesies *prey*.