BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Dalam matematika, mempelajari sistem bilangan merupakan suatu hal yang mendasar. Terdapat berbagai jenis bilangan seperti bilangan kompleks, bilangan riil, bilangan rasional, bilangan irrasional, bilangan bulat, bilangan cacah, hingga bilangan asli. Bilangan kompleks merupakan bilangan yang dapat ditulis dalam bentuk $a + bi$, dimana a, b anggota bilangan riil dan i adalah bilangan imajiner dengan $i^2 = -1$ [**12**].

Bilangan quaternion pertama kali diperkenalkan oleh William Rowan Hamilton pada tahun 1843 [**18**]. Bilangan quaternion ini merupakan kombinasi linier dari bilangan riil dan bilangan imajiner i, j, dan k yang dituliskan dengan $a+bi+cj+dk$, dengan $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Jika c dan d bernilai nol, maka bilangan tersebut merupakan suatu bilangan kompleks. Dengan demikian bilangan quaternion dikatakan sebagai bilangan yang diperluas dari bilangan kompleks.

Misalkan G suatu grup dan grup linier umum yang dinotasikan dengan $GL_n(F)$ adalah suatu grup matriks *invertible* berukuran $n \times n$ atas lapangan F, selanjutnya dapat dibentuk suatu homomorfisma ϕ dari G ke $GL_n(F)$ [**10**].

Dengan kata lain, setiap elemen dari G dapat dinyatakan sebagai suatu matriks di $GL_n(F)$. Pada penelitian ini, representasi yang dikaji adalah representasi pada grup berhingga. Grup quaternion termasuk grup berhingga dengan elemen-elemennya yaitu 1, -1, i, $-i$, j, $-j$, k, dan $-k$. Dalam penelitian ini akan dibahas mengenai representasi grup quaternion yang digunakan untuk menyatakan setiap elemen dari grup quaternion dalam bentuk matriks-matriks berukuran 2×2 pada grup linier umum.

Penelitian ini terinspriasi dari penelitian dari Marius Tărnăuceanu [**17**], yang mengkaji karakteristik dasar dari grup quaternion menggunakan lattice subgrup dari grup quaternion.

Terdapat beberapa sifat-sifat pada grup quaternion yang akan dibahas dalam penelitian ini. Sifat-sifat ini meliputi sifat grup yang terkait dengan subgrup normal, grup siklik, subgrup komutator, dan grup faktor. Dengan demikian, peneliti tertarik untuk mengkaji representasi grup quaternion dalam bentuk matriks 2×2 beserta sifat-sifat grup yang dipenuhi oleh representasi grup quaternion ini.

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana representasi grup quaternion dalam bentuk matriks 2×2?

2. Bagaimana karakteristik dari representasi grup quaternion?

1.3 Pembatasan Masalah

Pada penelitian ini, penulis hanya memfokuskan untuk membahas hubungan representasi grup quaternion dengan grup Dedekind, grup nilpoten, grup *solvable*, dan grup metasiklik yang menjadi karakteristik dari representasi grup quaternion.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah :

1. Menunjukkan representasi grup quaternion dalam bentuk matriks 2×2.
2. Menunjukkan karakteristik dari representasi grup quaternion.

1.5 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah :

1. Memberi pengetahuan yang lebih mendalam mengenai grup quaternion bagi peneliti dan pembaca, terutama mengenai representasi grup quaternion beserta karakteristiknya.
2. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam memperluas cakupan penelitian.

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA