BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Salah satu cara penyelesaian suatu masalah matematika adalah menggunakan matriks. Matriks dapat digunakan dalam menganalisa hubungan antar variabel dalam suatu persoalan. Matriks pada awalnya ditemukan dalam sebuah studi yang dilakukan oleh seorang ilmuwan yang berasal dari Inggris pada tahun (1858) yang bernama Arthur Cayley, salah satunya melakukan studi mengenai persamaan linier. Matriks juga dianggap sebagai permainan karena matriks dapat diaplikasikan, selanjutnya pada tahun (1952) matriks digunakan sebagai kuantum dan pada perkembangannya matriks digunakan dalam berbagai bidang.

Penerapan matriks pada Sistem Persamaan Linier (SPL) merupakan suatu aplikasi matriks untuk menyelesaikan suatu bentuk yang menggunakan konsep invers dan determinan. Penerapan matriks pada SPL membutuhkan ketelitian dalam perhitungan karena akan melibatkan banyak sekali angka-angka yang nantinya akan kita ubah menjadi suatu bentuk persamaan matriks dari sistem linier yang sudah ada. SPL harus diubah terlebih dahulu dalam bentuk persamaan matriks, dengan menerapkan konsep matriks yaitu invers dan determinan.

Salah satu jenis invers matriks yang dikenal adalah generalisasi invers. Generalisasi invers merupakan perluasan dari konsep invers, dimana invers matriks tidak lagi hanya untuk matriks nonsingular. Terdapat matriks A invers tergeneralisasi, dimana matriks X terpenuhi jika matriks A memiliki ordo lebih besar dari matriks nonsingular, memiliki sifat seperti matriks biasa, dan menjadikannya invers biasa jika A matriks nonsingular. Pada tahun (1955) Penrose pertama kali mendeskripsikan bahwa untuk setiap matriks persegi atau persegi panjang A dengan elemen-elemen riil atau kompleks terdapat matriks unik X yang memenuhi empat persamaan Penrose berikut:

$$\begin{aligned}
(1)\, AXA &= A, \\
(2)\, XAX &= X, \\
(3)\, (AX)^* &= AX, \\
(4)\, (XA)^* &= XA.
\end{aligned}$$

Generalisasi invers dibagi berdasarkan banyaknya persamaan Penrose yang dapat dipenuhi, yaitu $\{1\}$-invers, $\{1,2\}$-invers, $\{1,2,3\}$-invers, dan $\{1,2,4\}$-invers, dan $\{1,2,3,4\}$-invers [1].

Sebelumnya telah dibahas mengenai persamaan matriks $AX-YB=C$ dengan menggunakan persamaan Penrose $\{1,2\}$-invers matriks [3]. Pada tesis ini akan dibahas mengenai solusi dari persamaan $AX-YB=C$ dengan menggunakan persamaan Penrose $\{1\}$-invers matriks untuk membuktikan invers suatu matriks. Diberikan $A \in \mathbb{C}_{m\times k}$, $B \in \mathbb{C}_{l\times n}$, dan $C \in \mathbb{C}_{m\times n}$, dengan menggunakan bentuk normal Hermite

$$EAP = \begin{bmatrix} I_r & K \\ 0_{(m-r)\times r} & 0_{(m-r)\times(n-r)} \end{bmatrix}$$

akan diperoleh $\{1\}$-invers matriks.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusalan masalah pada penulisan ini adalah bagaimana menentukan matriks $X \in \mathbb{C}_{k\times n}$ dan $Y \in \mathbb{C}_{m\times l}$ dengan syarat perlu dan syarat cukup agar persamaan $AX - YB = C$ terpenuhi jika diberikan suatu matriks $A \in \mathbb{C}_{m\times k}$, $B \in \mathbb{C}_{l\times n}$, dan $C \in \mathbb{C}_{m\times n}$.

1.3 Pembatasan Masalah

Pada tesis ini hanya menggunakan persamaan Penrose yang memenuhi persamaan $AA^{(1)}A = A$ untuk menentukan $\{1\}$-invers matriks.

1.4 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan adalah untuk menentukan nilai $X \in \mathbb{C}_{k\times n}$ dan $Y \in \mathbb{C}_{m\times l}$ dengan syarat perlu dan syarat cukup agar persamaan $AX - YB = C$ terpenuhi jika diberikan suatu matriks $A \in \mathbb{C}_{m\times k}$, $B \in \mathbb{C}_{l\times n}$, dan $C \in \mathbb{C}_{m\times n}$.

1.5 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan pada penulisan ini adalah sebagai berikut:

BAB I: Pendahuluan yang membahas mengenai latar belakang penulisan perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan.

BAB II: Landasan teori yang membahas definisi, teorema serta contoh dari teori-teori yang akan diterapkan dalam pembahasan.

BAB III: Solusi persamaan matriks $AX - YB = C$ yang membahas mengenai menentukan matriks X dan Y dengan syarat perlu dan syarat cukup yang memenuhi persamaan matriks $AX - YB = C$.

BAB IV: Kesimpulan dari hasil dan pembahasan tentang solusi bentuk persamaan matriks $AX - YB = C$.