BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Teori graf merupakan pokok bahasan salah satu ilmu matematika yang banyak mendapat perhatian karena model-modelnya sangat berguna untuk aplikasi yang luas, diantaranya diterapkan dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan rancangan suatu bangunan. Banyak sekali penelitian terbaru tentang graf, dimensi partisi, pewarnaan lokasi.

Pewarnaan graf pertama kali muncul sebagai masalah pewarnaan pada peta, dimana warna setiap daerah pada peta yang berbatasan dibuat berlainan sehingga mudah untuk dibedakan. Pewarnaan graf memiliki sejarah yang sangat menarik dan teori-teorinya telah menimbulkan banyak perdebatan pada kalangan matematikawan. Pewarnaan graf terdiri dari pewarnaaan titik, dan pewarnaan sisi.

Pewarnaan sisi-k untuk G adalah pemberian k warna pada sisi-sisi G sedemikian hingga setiap dua sisi yang bertemu pada titik yang sama mendapat-kan warna berbeda. **Pewarnaan titik** pada graf adalah pemberian warna untuk setiap titik pada graf sehingga tidak ada dua titik yang bertetangga berwarna sama. Pewarnaan graf dengan penggunaan warna seminimal mungkin ini disebut bilangan kromatik lokasi dari graf G, dan disimbolkan dengan $\chi_{L(G)}$.

Konsep bilangan kromatik lokasi diperkenalkan pada tahun 2002 oleh Chartrand dkk.[2] sebagai pengembangan dari dua konsep dalam graf, yaitu pewarnaan titik pada graf dan dimensi partisi graf.

Chartrand dkk.[2] mendefinisikan bilangan kromatik lokasi sebagai berikut. Misalkan $G = (V, E)$ adalah graf terhubung dan c suatu k-pewarnaan sejati dari G. Misalkan pula $\Pi = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ merupakan partisi dari $V(G)$ yang diinduksi oleh pewarnaan c. Kode warna $c_\Pi(v)$ dari v adalah koordinat $c_\Pi(v) = (d(v, S_1), d(v, S_2), ..., d(v, S_k))$ dengan $d(v, S_i) = min\{d(v, x)|x \in S_i\}$ untuk $1 \leq i \leq k$. Jika semua titik di G mempunyai kode warna berbeda, maka c disebut pewarnaan lokasi.

Bilangan kromatik lokasi dari G, dinotasikan dengan $X_L(G)$, adalah bilangan terkecil k sehingga G mempunyai pewarnaan-k lokasi. Jelas bahwa graf berorde satu mempunyai bilngan kromatik satu, sedangkan graf berorde dua mempunyai bilangan kromatik lokasi dua. Secara umum jika G berorde $n \geq 3$, maka $X_L(G) \geq 3$.

Pewarnaan lokasi dengan menentukan bilangan kromatik lokasi dari beberapa kelas graf sebagai berikut. Untuk graf lintasan Pn dengan $n \geq 3$ diperoleh $X_L(Pn) = 3$. Untuk graf siklus diperoleh dua hasil yaitu untuk n ganjil berlaku $X_L(Cn) = 3$ dan untuk n genap berlaku $X_L(Cn) = 4$. Selanjutnya, juga diperoleh $X_L(G)$ untuk graf multipartit lengkap dan dua graf bintang. Pada tahun 2003, Chartrand dkk.[3] membuktikan bahwa bilangan kromatik lokasi untuk graf G dengan orde n yang memuat graf multipartit lengkap berorde $n-1$ sebagai subgraf. Karena masih sedikit bilangan kromatik lokasi yang diketahui, maka topik pewarnaan lokasi menarik untuk dikaji lebih lanjut. Untuk itu akan dibahas pewarnaan lokasi pada graf berlapis $C_{n,2n,2n}$.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang di atas, permasalahan yang akan dikaji pada penulisan ini adalah bagaimana cara menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf berlapis $C_{n,2n,2n}$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan tugas akhir ini adalah untuk menentukan bilangan kromatik lokasi dari graf berlapis $C_{n,2n,2n}$.

1.4 Sistematika Penulisan

Penulisan dalam tugas akhir terdiri dari empat bab. Bab I memuat latar belakang, perumusan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II dijelaskan mengenai landasan teori tentang konsep dasar dari teori graf berupa definisi dan terminologi dalam teori graf, definisi bilangan kromatik lokasi, dan defenisi graf berlapis. Sedangkan Bab III dibahas tentang bilangan kromatik lokasi dari graf berlapis. Terakhir Bab IV adalah penutup yang memuat kesimpulan dari pembahasan masalah.