BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Di era global saat ini, teknologi serat optik telah banyak dipelajari dalam berbagai bidang ilmu pengetahuan terutama dalam bidang komunikasi optik. Dengan menggunakan laser berintensitas tinggi, serat optik telah menjadi lahan penelitian yang menarik dan memiliki potensi besar untuk dimanfaatkan sebagai media transmisi.

Pada tahun 1988, Linn F. Mollenauer mempelopori penggunaan soliton untuk sistem komunikasi optik [1]. Soliton merupakan gelombang nonlinier terlokalisasi yang dapat mempertahankan bentuknya ketika merambat pada kecepatan konstan, walaupun telah berinteraksi dengan gelombang lainnya [3]. Pada sistem komunikasi optik, informasi (data) dapat ditransfer dalam kapasitas yang besar pada jarak yang sangat jauh dan memiliki kecepatan transmisi yang sangat tinggi. Sistem komunikasi optik yang berbasiskan soliton ini menjadi salah satu teknologi penting dalam pengembangan serat optik yang mampu memberikan peluang besar untuk merevolusi dunia telekomunikasi dan teknologi komputer [1].

Persamaan Schrödinger nonlinier diskrit (SNLD) merupakan model diskrit nonlinier yang paling fundamental karena persamaan ini menggambarkan banyak fenomena penting dalam berbagai bidang ilmu, termasuk bidang optik. Secara khusus, model ini menjelaskan tentang perambatan sinar optik pada larik pandu gelombang nonlinier yang menghasilkan fenomena soliton.

Bentuk umum dari model SNLD diberikan oleh [2]

$$i\dot{\psi}_n = -C(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) + F(\psi_{n+1}, \psi_n, \psi_{n-1}), \tag{1.1.1}$$

dimana $\psi_n \equiv \psi_n(t) \in \mathbb{C}$ adalah fungsi terhadap waktu $t \in \mathbb{R}^+$ dan site $n \in \mathbb{Z}$, $\dot{\psi}_n$ menyatakan turunan fungsi ψ_n terhadap t, C merupakan konstanta pengikat *(coupling constant)* dan F menyatakan suku nonlinier.

Pada persamaan (1.1.1), suku nonlinier F mempunyai beberapa bentuk, yaitu [2]:

1. Kenonlinieran bertipe kubik:

$$F_{cub} = -|\psi_n|^2\psi_n \tag{1.1.2}$$

2. Kenonlinieran bertipe kuintik:

$$F_{quin} = |\psi_n|^4\psi_n. \tag{1.1.3}$$

3. Kenonlinieran bertipe Ablowitz-Ladik (AL):

$$F_{Al} = \frac{1}{2}|\psi_n|^2(\psi_{n+1} + \psi_{n-1}). \tag{1.1.4}$$

Persamaan SNLD dengan suku nonlinear kubik (1.1.2) dan kuintik (1.1.3) dikenal sebagai persamaan yang *non-integrable* (tidak dapat diekspresikan solusi solitonnya secara eksak) [2]. Pada tahun 1975-1976, Ablowitz dan Ladik [4] memperkenalkan persamaan SNLD dengan suku nonlinier (1.1.4) dan menunjukkan bahwa persamaan tersebut *integrable*, dimana solusi soliton eksak diberikan oleh [4]:

$$\psi_n(t) = \sinh(\chi)\text{sech}[\chi(n-ct)]e^{i(k+\omega t+\alpha)}, \tag{1.1.5}$$

dimana χ, k, α adalah parameter, $c = 2\sinh(\chi)\sin(k)/\chi$ dan $\omega = 2(\cosh(\chi)\cos(k) -1)$.

Karena persamaan SNLD kubik *nonintegrable*, maka diperlukan hampiran analitik dari solusi solitonnya. Untuk memperoleh hampiran solusi soliton dari SNDL tersebut, salah satu metode yang paling populer adalah aproksimasi variasional (selanjutnya disingkat AV) [13]. Metode ini dikembangkan berdasarkan prinsip aksi terkecil (*least action*) atau dikenal juga dengan prinsip Hamiltonian. Prinsip ini menyatakan bahwa persamaan gerak ditentukan oleh titik-titik kritis dari aksi, yaitu integral dari Lagrangian terhadap waktu [10]. Keberhasilan metode ini sangat bergantung pada fungsi penduga (ansatz) yang digunakan dalam menghampiri solusi yang diinginkan.

Pada kasus persamaan SNLD kubik, metode AV telah digunakan oleh Aceves dkk [8] untuk mengaproksimasi solusi soliton onsite, yaitu solusi soliton yang berpusat pada satu *site*. Kemudian Kaup dkk [5] menerapkan metode AV untuk menghampiri solusi soliton *intersite*, yaitu soliton yang berpusat di antara dua *site*.

Selama ini validasi metode AV dilakukan secara visual melalui perbandingan numerik untuk beberapa nilai parameter tertentu. Untuk menjustifikasi hal tersebut secara umum, Chong dkk [6] telah mengembangkan suatu teorema yang dapat dijadikan sebagai ukuran validasi hasil AV secara tepat untuk kasus $C \approx 0$ atau dikenal dengan istilah limit *anti-continuum*. Chong dkk mengkonfirmasikan bahwa fungsi penduga untuk soliton dengan parameter yang lebih banyak memberikan aproksimasi yang lebih akurat.

Pada tesis ini, metode AV diterapkan untuk menentukan hampiran solusi soliton *intersite* pada persamaan SNLD dengan kenonlinieran bertipe kubik-kuintik, yaitu diberikan oleh [7]

$$i\dot{\psi}_n = -C(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) - B|\psi_n|^2\psi_n + Q|\psi_n|^4\psi_n, \tag{1.1.6}$$

dimana B dan Q yang berturut-turut menyatakan koefisien kenonlinieran kubik dan kuintik. Persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) muncul berdasarkan hasil eksperimen terbaru [15] yang menunjukkan bahwa efek nonlinier pada beberapa material pandu gelombang lebih baik dimodelkan dengan penambahan kenonlinearan kuintik, yaitu ketika $B, Q > 0$. Studi pada tesis ini merupakan pengembangan dari kajian yang dilakukan Chong dkk [7], dimana untuk memperoleh hasil aproksimasi soliton *intersite* yang lebih baik, digunakan fungsi ansatz baru yang memiliki jumlah parameter variasional yang lebih banyak.

1.2 Perumusan Masalah

Pada penelitian ini, kajian pada [7] tentang aproksimasi variasional untuk soliton *intersite* pada persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) akan dikembangkan dengan menggunakan fungsi ansatz baru yang dapat menghasilkan aproksimasi yang lebih baik. Selanjutnya akan diperiksa validasi hampiran solusi yang diperoleh dengan merujuk pada referensi [6].

1.3 Pembatasan Masalah

Penerapan metode AV dalam memperoleh solusi soliton *intersite* pada persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) dibatasi untuk solusi stasioner yang bernilai riil pada kasus limit *anti-continuum*, yaitu ketika $C \approx 0$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan hampiran solusi soliton intersite pada persamaan kubik-kuintik (1.1.6) dengan menggunakan metode AV.
2. Membandingkan hasil-hasil yang diperoleh secara analitik (AV) dengan hasil-hasil numerik.
3. Memeriksa validitas hasil yang diperoleh dari metode AV.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat untuk memperkaya kajian tentang aproksimasi variasional untuk soliton pada persamaan kubik-kuintik (1.1.6).

1.6 Sistematika Penulisan

Tulisan ini dibagi atas empat bab. Pada Bab I dibahas latar belakang penelitian, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penelitian. Konsep dasar dan materi penunjang sebagai landasan teori diberikan pada Bab II. Selanjutnya pada Bab III dibahas penerapan metode AV dalam menentukan hampiran solusi soliton *intersite* kubik-kuintik beserta perhitungan numerik dan validasinya. Hasil-hasil yang diperoleh kemudian disimpulkan pada Bab IV.