BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Keterbabagian takhingga merupakan salah satu kajian yang menarik untuk dibahas akhir-akhir ini, terutama dalam proses Lévy. Hal yang mendasar dari keterbagian tak hingga adalah keterbagian peubah acak X menjadi peubah-peubah acak yang saling bebas dengan sebaran yang sama. Peubah acak X dikatakan terbagi menjadi n jika terdapat peubah-peubah acak yang identik dan saling bebas $X_1, X_2, ..., X_n$ sedemikian sehingga $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Disamping itu keterbagian takhingga juga dapat dilihat dari fungsi sebarannya, dimana suatu fungsi sebaran F_X dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat positif n terdapat suatu fungsi sebaran F_{X_n} sedemikian sehingga $F_X = (F_{X_n} * F_{X_n} * ... * F_{X_n})$ atau dapat dikatakan bahwa F_X adalah konvolusi n kali dari F_{X_n} dengan dirinya sendiri [15].

Berdasarkan penjabaran diatas, untuk menentukan keterbagian tak hingga dari fungsi sebarannya tidaklah cukup mudah. Oleh karena itu cara lain yang dapat digunakan untuk menentukan keterbagian tak hingga dari suatu fungsi sebaran yaitu dengan menggunakan fungsi karakteristiknya. Fungsi karakteristik $\varphi_X(t)$ dari suatu peubah acak X didefinisikan sebagai berikut,

$$\varphi_X(t) = E_X(e^{itX})$$

dimana $e^{itX} = \cos(tX) + i\sin(tX)$ dengan i adalah unit imajiner dan $t \in \mathbb{R}$ [12]. Suatu fungsi sebaran F_X dengan fungsi karakteristik $\varphi_X(t)$ dikatakan terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat n terdapat fungsi karakteristik $\varphi_{X_n}(t)$ sedemikian sehingga $\varphi_X(t) = [\varphi_{X_n}(t)]^n$ untuk setiap $t \in \mathbb{R}$ [17].

Fungsi karakteristik dari sebaran terbagi tak hingga dapat dikarakterisasikan ke dalam suatu formula umum yang disebut dengan representasi kanonik fungsi karakteristik sebaran terbagi tak hingga. Pada 1932 Lévy berhasil memformulasikan bentuk representasi kanonik fungsi karakteristik dari suatu distribusi terbagi tak hingga[16]. Representasi kanonik tersebut memuat suatu fungsi monoton sehingga setiap fungsi karakteristik dari suatu distribusi menjadi spesik. Fungsi monoton yang bersesuaian dengan distribusi peluangnya tersebut dinamakan ukuran Lévy.

Ada beberapa kelas yang telah ditemukan berdasarkan ukuran Lévy, diantaranya adalah kelas $T(\mathbb{R}^d)$, kelas $L(\mathbb{R}^d)$, kelas $B(\mathbb{R}^d)$, kelas $U(\mathbb{R}^d)$, kelas $G(\mathbb{R}^d)$, and kelas $M(\mathbb{R}^d)$. Kelas $T(\mathbb{R}^d)$ diperkenalkan oleh Thorin pada 1977 [15,16], ukuran Lévy pada kelas Thorin memiliki bentuk $v(dx) = k(x)x^{-1}(dx)$ untuk $k(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Sementara untuk $k(x)$ yang terukur pada $X \in S$ namun tidak naik pada interval $(0, \infty)$ maka ini dinamakan kelas $L(\mathbb{R}^d)$ atau kelas sebaran selfdecomposable [16].

Pada tahun 1981 Bondesson memperkenalkan kelas $B(\mathbb{R}^d)$ [4]. Ukuran Lévy pada pada kelas $B(\mathbb{R}^d)$ memiliki bentuk $v(dx) = l(x)(dx)$ untuk $l(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Sementara Jurek pada tahun 1985 juga memperkenalkan ukuran Lévy v yang dikenal sebagai kelas $U(\mathbb{R}^d)$ (kelas Jurek) [9]. Ukuran Lévy tersebut adalah $v(dx) = l(x)(dx)$ untuk $l(x)$ terukur pada $X \in S$ tapi $l(x)$ tidak naik pada interval $(0, \infty)$. Pada tahun 2000, Maejima dan Rosinski meneliti kelas sebaran dengan type-G dengan ukuran Lévy $v(dx) = g(x^2)(dx)$ untuk $g(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$. Ukuran Lévy ini dikenal dengan kelas $G(\mathbb{R}^d)$ [13]. Kemudian pada tahun 2008 Aoyama dkk juga memperkenalkan kelas sebaran terbagi tak hingga yaitu kelas $M(\mathbb{R}^d)$ dengan ukuran Lévy $v(dx) = g(x^2)x^{-1}(dx)$ untuk $g(x)$ terukur pada $X \in S$ dan monoton sejati pada interval $(0, \infty)$ [1].

Jika ditentukan sebuah peubah acak $Y = \alpha \log X$ dimana X berdistribusi gamma dan $\alpha \in R$ maka kita bisa mengkaji bentuk distribusi terbagi tak hingga dari peubah acak Y serta bentuk representasi kanonik fungsi karakteristiknya. Selain itu nantinya juga diperoleh ukuran Lévy sebaran Log-Gamma. Ukuran Lévy ini dapat digunakan untuk menunjukkan kelas dari keterbagian tak hingga dengan cara melihat karakterisasi dari ukuran Lévy itu sendiri. Berdasarkan uraian di atas, maka pada peneliti tertarik untuk mengkaji kelas keterbagian tak hingga dari sebaran log-gamma.

1.2 Perumusan Masalah

Perumusan masalah pada penelitian ini berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan di atas adalah:

1. Bagaimana bentuk representasi kanonik sebaran terbagi tak hingga dari sebaran Log-Gamma?

2. Bagaimana menentukan kelas sebaran terbagi tak hingga dari sebaran Log-Gamma?

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Mengkaji bentuk representasi kanonik sebaran terbagi tak hingga dari sebaran Log-Gamma.
2. Menentukan kelas sebaran terbagi tak hingga dari sebaran Log-Gamma.

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Memberikan tambahan wawasan dan ilmu pengetahuan bagi peneliti dan pembaca tentang keterbagian tak hingga, khususnya keterbagian tak hingga dari sebaran Log-Gamma.
2. Sebagai bahan referensi dalam penentuan kelas sebaran terbagi tak hingga.
3. Sebagai bahan masukan bagi peneliti selanjutnya dalam mengembangkan dan memperluas cakupan penelitian.