# BAB IV

# KESIMPULAN

Pada skripsi ini telah dibahas tentang determinan dari suatu matriks *fuzzy*. Determinan dari suatu matriks *fuzzy* $A$ berukuran $n \times n$ merupakan jumlah dari hasilkali elementer, atau dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} det(A) &= \sum_{\pi \in S_n} a_{1\pi(1)}\, a_{2\pi(2)} \cdots a_{n\pi(n)} \\ &= maks_{\pi \in S_n}\{min\{a_{1\pi(1)}, a_{2\pi(2)}, \cdots, a_{n\pi(n)}\}\}. \end{aligned}$$

dengan $S_n$ merupakan grup simetrik pada $\{1, 2, \cdots, n\}$.

Determinan matriks *fuzzy* $A$ juga dapat dihitung dengan menggunakan

$$det(A) = \sum_{t=1}^{n} a_{it}\, A_{it} \quad , untuk\ i \in \{1, 2, \cdots, n\}, \tag{4.0.1}$$

dengan $A_{it}$ merupakan determinan matriks *fuzzy* $A$ dengan menghapus baris ke-$i$ dan kolom ke-$j$.

Determinan matriks *fuzzy* memiliki sifat-sifat yang hampir sama dengan determinan matriks biasa. Misalkan $A = [a_{ij}]$ adalah matriks *fuzzy* berukuran $n \times n$, maka

1. $\det(A) = \det(A^T)$; $A^T$ adalah transpos dari matriks *fuzzy* $A$.

2. Jika B adalah matriks *fuzzy* yang diperoleh dengan mengalikan baris atau kolom ke-$i$ pada $A$ dengan suatu $k \in [0, 1]$, maka $|B| = k|A|$.

3. Jika $A$ mengandung baris atau kolom nol, maka $|A| = 0$.

4. Jika $A$ adalah matriks segitiga, maka $|A| = \prod_{i=1}^{n} a_{ii}$ dimana $\prod_{k=1}^{n} a_k = a_1\, a_2\, a_3 \cdots a_n$.

5. Misalkan $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ adalah matriks *fuzzy*, maka

$$\det\left(\begin{bmatrix} a & b \\ a & b \end{bmatrix}\right) \det\left(\begin{bmatrix} c & d \\ c & d \end{bmatrix}\right) = \begin{vmatrix} a & b \\ a & b \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c & d \\ c & d \end{vmatrix} \leq det(A).$$

Sifat pada determinan matriks *fuzzy* yang berbeda dengan determinan matriks biasa yaitu, pada matriks *fuzzy* berlaku $\det(bA) = b\det(A)$ untuk suatu $b \in [0, 1]$, sedangkan pada matriks biasa berlaku $\det(kA) = k^n \det(A)$ untuk suatu skalar $k$.

Pada skiripsi ini juga telah dibahas tentang adjoin dari suatu matriks *fuzzy*. Misalkan $B = [b_{ij}]$ adalah adjoin dari matriks *fuzzy* $A$ berukuran $n \times n$, maka entri-entri dari $B$ yaitu $b_{ij} = |A_{ji}|$, dengan $|A_{ji}|$ merupakan determinan dari matriks *fuzzy* berukuran $(n-1) \times (n-1)$ yang diperoleh dengan menghapus baris ke-$j$ dan kolom ke-$i$ dari matriks $A$. Entri-entri dari $B$ juga dapat dituliskan sebagai berikut:

$$b_{ij} = \sum_{\pi \in S_{n_j\, n_i}} \prod_{t \in n_j} a_{t\pi(t)}$$

dimana $n_j = \{1, 2, \cdots, n\} \setminus \{j\}$ dan $S_{n_j\, n_1}$ adalah himpunan semua permutasi $n_j$ atas $n_i$.

Adjoin dari suatu matriks *fuzzy* memiliki beberapa sifat. Misalkan $A$ dan $B$ merupakan matriks *fuzzy* berukuran $n \times n$, maka

1. $A \leq B$ mengakibatkan $\mathrm{adj}(A) \leq \mathrm{adj}(B)$.

2. $\mathrm{adj}(A) + \mathrm{adj}(B) \leq \mathrm{adj}(A + B)$.

3. $\mathrm{adj}(A^T) = (\mathrm{adj}(A))^T$.

4. Jika $A$ mempunyai baris dengan entri nol, maka $(\mathrm{adj}(A))A = \boldsymbol{0}$ ($\boldsymbol{0}$ adalah matriks nol).

Perbedaan antara adjoin matriks biasa dengan adjoin matriks *fuzzy* yaitu, pada matriks biasa $A$ dengan $A$ *invertible* berlaku $\det(A)\ I_n = A\ \mathrm{adj}(A)$, sedangkan pada matriks *fuzzy* berlaku $A\ \mathrm{adj}(A) \geq |A| I_n$.