BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Sebaran majemuk adalah suatu sebaran yang terbentuk dari penjumlahan peubah acak yang independen dan identik, yaitu $X_1, X_2, ..., X_N$ yang didefinisikan dengan $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$ [15]. Apabila N adalah peubah acak yang memiliki sebaran Poisson, maka S adalah peubah acak yang memiliki sebaran Poisson majemuk.

Sebaran Poisson majemuk mulai mendapat perhatian sejak tahun 1980. Sebaran Poisson majemuk banyak diterapkan pada kajian aktuaria terutama pada sebaran model risiko asuransi seperti yang telah dijelaskan oleh Zhang dkk [21], yaitu tentang model Poisson majemuk diskrit dengan aplikasi pada teori risiko. Serfozo [16] telah membahas teori yang terkait dengan konvolusi dengan memperkenalkan pendekatan Poisson majemuk untuk penjumlahan peubah acak, sementara itu Cekanavicius dan Vellaisamy [5] membahas kekonvergenan Poisson majemuk untuk penjumlahan m peubah yang tidak saling bebas. Selanjutnya, Barbour dkk [2] telah menjelaskan pendekatan Poisson majemuk untuk penjumlahan peubah acak nonnegatif melalui metode Stein. Beberapa sifat dari sebaran Poisson majemuk diskrit telah diperkenalkan oleh Zhang dan Li [20]. Lindo dkk [10] membahas estimasi nonparametrik untuk proses Poisson majemuk menggunakan analisis variasional pada pengukuran.

Karakterisasi suatu sebaran maupun sebaran majemuk dapat diidentifikasi melalui keterbagian tak hingga. Keterbagian tak hingga adalah keterbagian suatu peubah acak X menjadi peubah-peubah acak yang saling bebas dengan sebaran yang sama. Peubah acak X dikatakan terbagi menjadi m jika terdapat peubah-peubah acak yang saling identik dan saling bebas $X_1, X_2, ..., X_m$ sedemikian sehingga $X = X_1 + X_2 + \ldots + X_m$ [18].

Keterbagian tak hingga dapat dikenali menggunakan fungsi karakteristik. Fungsi karakteristik dari suatu peubah acak X yang dilambangkan dengan $\varphi_X(t)$ didefinisikan sebagai $\varphi_X(t) = E_X(e^{itX})$, dimana $e^{itX} = \cos(tX) + i\sin(tX)$ dan i adalah unit imajiner [18]. Suatu fungsi sebaran F_X dengan fungsi karakteristik $\varphi_X(t)$ adalah terbagi tak hingga jika untuk setiap bilangan bulat m terdapat fungsi karakteristik $\varphi_{X_m}(t)$ sedemikian sehingga $\varphi_X(t) = [\varphi_{X_m}(t)]^m$ [18].

Pentingnya fungsi karakteristik dalam menentukan keterbagian tak hingga suatu sebaran karena keberadaan fungsi karakteristik yang selalu ada untuk setiap sebaran. Sama hal nya dengan sebaran Cauchy variasional. Sebaran Cauchy merupakan salah satu sebaran terbagi tak hingga. Sebaran Cauchy tidak memiliki nilai harapan, variansi dan fungsi pembangkit momen tetapi sebaran Cauchy memiliki fungsi karakteristik. Seperti yang dijelaskan Devianto [7] bahwa dapat dibentuk sebaran Cauchy variasional dengan menetapkan parameter γ dan kemudian dikalikan dengan peubah acak dari sebaran Cauchy baku.

Penelitian yang akan dilakukan dalam tesis ini adalah mengkaji tentang keterbagian tak hingga sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional. Seperti yang telah dijelaskan sebelumnya, penentuan keterbagian tak hingga dari suatu sebaran dapat ditentukan dengan menggunakan fungsi karakteristiknya. Sehingga, fungsi karakteristik akan menjadi dasar dalam menentukan keterbagian tak hingga sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional. Apabila fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional telah didapat, maka selanjutnya akan dibuktikan apakah fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional termasuk sebaran terbagi tak hingga.

1.2 Perumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada tesis ini adalah

1. Bagaimana menentukan fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional?
2. Bagaimana menentukan keterbagian tak hingga dari fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional?

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan penelitian pada tesis ini adalah

1. Menentukan fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional.
2. Menentukan keterbagian tak hingga dari fungsi karakteristik sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional.

1.4 Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi referensi bagi peneliti yang ingin meneliti lebih lanjut mengenai sebaran Poisson majemuk sebagai penjumlahan sebaran Cauchy variasional dan juga dapat menjadi referensi untuk melakukan inovasi-inovasi lainnya yang berhubungan dengan sebaran Poisson majemuk.