BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang Masalah

Persamaan Schrödinger nonliner diskrit (SNLD) merupakan persamaan beda-diferensial *(difference-differential)* yang berbentuk [3]

$$i\dot{\psi}_n = -C(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) + F(\psi_{n+1}, \psi_n, \psi_{n-1}), \tag{1.1.1}$$

dimana $\psi_n \equiv \psi_n(t) \in \mathbb{C}$ adalah fungsi gelombang pada waktu $t \in \mathbb{R}^+$ dan *site* $n \in \mathbb{Z}$, $\dot{\psi}_n$ menyatakan turunan fungsi ψ_n terhadap t, C menyatakan konstanta pengikat *(coupling constant)* antara dua site yang bersebelahan dan F merupakan suku nonlinier.

Persamaan SNLD memodelkan berbagai macam fenomena fisis. Beberapa diantaranya dapat dijumpai pada masalah dinamika sistem osilator tak harmonik terikat *(coupled)*, perambatan berkas optik pada pandu gelombang nonlinier terikat, dan dinamika kondensasi Bose-Einstein [*Bose-Einstein Condention (BEC)*] [3]. BEC merupakan wujud materi kelima saat mendekati 0^0 Kelvin yang secara teori diprediksi oleh S.N Bose dan A. Einstein pada tahun 1925 [14]. Eksperimen pertama yang berhasil membuktikan keberadaan BEC dilakukan oleh Wolfgang Ketterle, Eric Cornell dan Carl Wiemann. Atas prestasi tersebut, mereka dianugrahi hadiah Nobel di bidang fisika pada tahun 2001 [1].

Persamaan SNLD (1.1.1) menjadi menarik untuk dikaji karena ia memiliki solusi spesial yang dikenal dengan istilah soliton. Solusi ini memiliki profil dan kecepatan yang tetap ketika merambat [3]. Dalam konteks aplikasi dalam bidang optik, soliton dapat direkayasa sebagai pembawa informasi yang dapat merambat pada media dengan jarak tempuh yang sangat jauh tanpa mengalami gangguan yang berarti. Kenyataan ini dinilai sangat penting dalam pengembangan teknologi informasi dan komunikasi di masa depan.

Suku nonlinier F pada persamaan SNLD (1.1.1) mempunyai beberapa bentuk, diantaranya [2]:

1. Kenonlinieran bertipe kubik:

$$F_{cub} = -|\psi_n|^2\psi_n \tag{1.1.2}$$

2. Kenonlinieran bertipe kuintik:

$$F = |\psi_n|^4\psi_n. \tag{1.1.3}$$

3. Kenonlinieran bertipe Ablowitz-Ladik (AL):

$$F_{Al} = -\frac{1}{2}|\psi_n|^2(\psi_{n+1} + \psi_{n-1}). \tag{1.1.4}$$

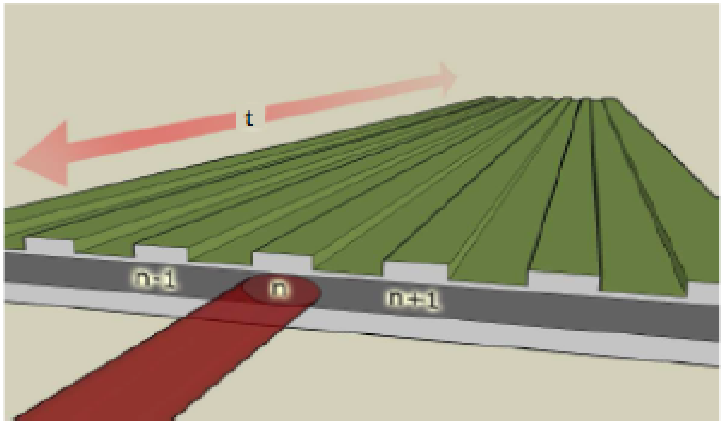
Persamaan SNLD dengan suku nonlinear kubik (1.1.2) dan kuintik (1.1.3) dikenal sebagai persamaan yang *non-integrable* (tidak dapat diekspresikan solusi solitonnya secara eksak) [2, 17]. Pada tahun 1975-1976, Ablowitz dan Ladik [4] memperkenalkan persamaan SNLD dengan suku nonlinier (1.1.4) dan menunjukkan bahwa persamaan tersebut *integrable*, dimana solusi soliton eksak diberikan oleh [4]:

$$\psi_n(t) = \sinh(\chi)\text{sech}[\chi(n - ct)]e^{i(k+\omega t+\alpha)}, \tag{1.1.5}$$

UNIVERSITAS ANDALAS
UNTUK KEDJAJAAN BANGSA

dimana χ, k, α adalah parameter bebas, $c = 2\sinh(\chi)\sin(k)/\chi$ dan $\omega = 2(\cosh(\chi)\cos(k) -1)$.

Dalam konteks aplikasi di bidang optik, perambatan soliton pada pandu gelombang nonlinier terikat dimodelkan pertama kali oleh Christodoulides dan Joseph pada 1988 dan menghasilkan persamaan SNLD bertipe kubik [18]. Dalam hal ini, indeks n pada persamaan SNLD menyatakan posisi pandu gelombang dan $|\psi_n(t)|^2$ merepresentasikan intensitas medan optik di sepanjang pandu gelombang ke-n (lihat Gambar 1.1.1). Teori ini selanjutnya direalisasikan pertama kali dalam sebuah eksperimen yang dilakukan oleh Eisenberg dkk pada tahun 1998 dan hasil yang mereka peroleh mengkonfirmasi eksistensi soliton [19].



Gambar 1.1.1: Ilustrasi pandu gelombang.

(sumber:Einsberg dkk [19])

Untuk menentukan hampiran solusi dari suatu persamaan beda-diferensial yang *non-integrable*, salah satu pendekatan analitik yang digunakan adalah metode aproksimasi variasional (selanjutnya disingkat AV) [13]. Metode ini dikembangkan berdasarkan prinsip aksi terkecil (*least action*), atau dikenal juga dengan prinsip Hamiltonian, yang menyatakan bahwa persamaan gerak ditentukan oleh titik-titik kritis dari aksi (yaitu integral dari Lagrangian terhadap waktu) [10]. Keberhasilan metode ini sangat bergantung pada fungsi penduga (ansatz) yang digunakan dalam menghampiri solusi yang diinginkan.

Pada kasus persamaan SNLD kubik, metode AV telah digunakan oleh Aceves dkk [8] untuk mengaproksimasi solusi soliton *onsite*, yaitu solusi soliton yang berpusat pada satu *site*. Kemudian Kaup dkk [5] menerapkan metode AV untuk menghampiri solusi soliton *intersite*, yaitu soliton yang memiliki berpusat diantara dua *site*. Fungsi ansatz yang digunakan dalam [8] dan [5] tersebut berlaku untuk kasus $C \approx 0$ atau dikenal dengan istilah limit *anti-continuum*.

Hasil-hasil AV yang diperoleh selama ini dikonfirmasi validasinya melalui perbandingan numerik untuk beberapa nilai parameter tertentu. Untuk menjustifikasi validasi AV secara umum, Chong dkk [6] telah mengembangkan suatu teorema yang dapat dijadikan sebagai ukuran validasi hasil AV secara tepat. Chong dkk mengkonfirmasikan bahwa fungsi penduga untuk soliton dengan jumlah parameter yang lebih banyak memberikan aproksimasi yang lebih akurat.

Dalam tesis ini, metode AV akan diterapkan untuk menentukan hampiran solusi *onsite* pada persamaan SNLD dengan kenonlinieran bertipe kubik-kuintik, yaitu diberikan oleh [7]

$$i\dot{\psi}_n = -C(\psi_{n+1} - 2\psi_n + \psi_{n-1}) - B|\psi_n|^2\psi_n + Q|\psi_n|^4\psi_n, \qquad (1.1.6)$$

dimana B dan Q yang berturut-turut menyatakan koefisien kenonlinieran kubik dan kuintik. Persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) muncul berdasarkan eksperimen terkini [7] yang menunjukkan bahwa efek nonlinier pada beberapa material pandu gelombang lebih baik dimodelkan dengan penambahan kenonlinearan kuintik, yaitu ketika $B, Q \neq 0$. Studi pada tesis ini merupakan pengembangan dari kajian yang dilakukan Chong dkk [7], yaitu dengan menggunakan fungsi ansatz baru yang memiliki jumlah parameter variasional yang lebih banyak.

1.2 Perumusan Masalah

Pada penelitian ini, kajian pada [7] tentang aproksimasi variasional dari soliton *onsite* pada persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) akan dilanjutkan dengan menggunakan fungsi ansatz baru yang dapat menghasilkan aproksimasi yang lebih baik. Selanjutnya akan diperiksa validasi hampiran solusi yang diperoleh dengan merujuk pada referensi [6].

1.3 Pembatasan Masalah

Penerapan metode AV dalam memperoleh solusi soliton *onsite* pada persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) dibatasi untuk solusi stasioner yang bernilai riil pada kasus limit *anti-continuum*, yaitu ketika $C \approx 0$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan hampiran solusi soliton *onsite* pada persamaan SNLD kubik-kuintik (1.1.6) dengan menggunakan metode AV.

2. Membandingkan hasil-hasil yang diperoleh secara analitik (AV) dengan hasil-hasil numerik.

3. Memeriksa validitas hasil yang diperoleh dari metode AV.

1.5 Manfaat Penelitian

Penelitian ini bermanfaat dalam memperkaya kajian teoritis tentang soliton pada persamaan Schrödinger nonlinier diskrit kubik-kuintik (1.1.6).

UNIVERSITAS ANDALAS

1.6 Sistematika Penulisan

Tulisan ini dibagi atas empat bab. Pada Bab I dibahas latar belakang penelitian, rumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penelitian, manfaat penelitian dan sistematika penelitian. Konsep dasar dan materi penunjang sebagai landasan teori diberikan pada Bab II. Selanjutnya pada Bab III dibahas penerapan metode AV dalam menentukan hampiran solusi soliton *onsite* kubik-kuintik beserta perhitungan numerik dan validasinya. Hasil-hasil yag diperoleh kemudian disimpulkan pada Bab IV.

UNTUK KEDJAJAAN BANGSA