

BAB IV

KESIMPULAN

Dalam tugas akhir ini telah dibahas sifat-sifat dan hubungan kompleks dan sub grup. Sifat yang muncul dari kompleks dan sub grup adalah:

1. Misalkan G suatu grup dan H, K masing-masing suatu kompleks dari G maka :

$$HK = \{hk : h \in H \text{ dan } k \in K\} \Rightarrow HK \subseteq G$$

2. Perkalian kompleks tidak selalu komutatif.
3. Jika H, K dan L adalah tiga kompleks dari grup G maka
$$H(K \cup L) = HK \cup HL$$
4. Jika H, K dan L adalah suatu kompleks dari grup G , maka
$$H(K \cap L) \subset HK \cap HL$$
5. Jika H, K dan L adalah suatu kompleks dari grup G , maka
$$H(K \cap L) \neq HK \cap HL$$
6. Misalkan G suatu grup dan H, K masing-masing suatu kompleks dari G maka $(HK)^{-1} = K^{-1}H^{-1}$.

7. Jika H adalah sub grup dari grup G , maka $H^{-1} = H$.
8. Syarat perlu dan cukup agar kompleks H dari grup G menjadi sub grup adalah

$$HH^{-1} = H$$

9. Jika H dan K adalah sub grup dari grup G , maka HK adalah sub grup dari G , jika dan hanya jika $HK = KH$.

10. Syarat perlu dan syarat cukup untuk kompleks H dari grup hingga agar menjadi sub grup adalah,

$$HH = H.$$

11. Misalkan M adalah kompleks dari grup G . Maka sub grup terkecil yang mengandung M ada dan tunggal.

Selain itu, pada tugas akhir ini juga dibahas sub grup komutator dari suatu grup. Misalkan G suatu grup dan $a, b \in G$. Operasi biner dari $aba^{-1}b^{-1}$ disebut komutator dari pasangan terurut (a, b) . Misalkan G suatu grup dan H sub grup dari G . H merupakan himpunan dari semua komutator dari semua pasangan terurut di G . H dinamakan sub grup komutator dari grup G . Berikut adalah sifat dari komutator dan subgrup :

1. Misalkan G suatu grup dan $a, b \in G$. Misalkan (a, b) adalah suatu pasangan terurut. Komutator dari (a, b) adalah elemen identitas dari grup G jh $ab = ba$.
2. Misalkan G' adalah komutator sub grup dari grup G . Maka :
 - (i) G' adalah normal di G .
 - (ii) G/G' Abelian.
 - (iii) Grup kuosien G/H adalah Abelian jh $G' \subseteq H$.

Tugas akhir ini juga membahas sub grup normal dari suatu grup. Misalkan G suatu grup, H sub grup normal maksimal dari G jh grup kuosien G/H sederhana.