# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1 Latar Belakang Masalah

Matematika merupakan ilmu pengetahuan yang sangat penting dan berpengaruh di dunia. Semua yang dilakukan dalam kehidupan sehari-hari secara tidak langsung akan berhubungan dengan matematika. Salah satu kajian di bidang matematika ialah teori graf.

Graf adalah pasangan himpunan titik dan himpunan sisi. Himpunan dari objek-objek disebut titik. Pada dasarnya, graf digunakan untuk menggambarkan berbagai macam struktur yang ada dengan tujuan supaya penggambaran objek-objek tersebut lebih mudah dipahami dan dimengerti. Beberapa contoh yang digunakan dalam kehidupan sehari-hari adalah jaringan pertemanan instagram, peta rangkaian listrik, bagan air dan lain-lain.

Kemudian, yang perlu diperhatikan yaitu istilah partisi. Partisi merupakan pembagian beberapa kelompok atau kelas suatu graf. Representasi dikenalkan secara terpisah oleh Slater (1975) dan dikenalkan juga oleh Harary dan Melter (1975) kemudian digunakan oleh seorang kimiawan pada sebuah perusahaan farmasi Johnson (1993). Konsepnya yaitu senyawa kimia tersebut direpresentasikan secara unik sebagai objek dari matematika. Selanjutnya (Chartrand dan Zhang, 2003) juga mengatakan bahwa klasifikasi senyawa kimia dilakukan dengan mempelajari dan mengklasifikasi objek matematika tersebut. Senyawa kimia tersebut direpresentasikan dalam bentuk graf dengan simpul graf menyatakan atom dan sisi graf menyatakan ikatan valensi antara dua atom.

Representasi dari suatu titik dapat dianggap sebagai vektor atau koordinat yang menunjukkan lokasi titik tersebut relatif terhadap partisi yang dipilih. Suatu representasi yang baik harus memiliki vektor koordinat yang berbeda. Namun karena pemilihan partisi adalah sebarang, maka representasi yang dihasilkan tidaklah tunggal. Hal ini mengakibatkan tidak semua pilihan partisi dapat menghasilkan suatu representasi yang baik. Pemilihan partisi yang tepat menghasilkan suatu representasi dimana semua titiknya memiliki vektor koordinat yang berbeda.

Selanjutnya, Chartrand dkk. (1998) pada paper pertama tentang dimensi partisi menunjukkan dimensi partisi graf bintang ganda $T$ dan memberikan batas atas dan batas bawah tentang dimensi partisi graf ulat (*caterpillar*). Graf G mempunyai $pd(G) = n$ jika dan hanya jika $G \cong K_n$ itu adalah hasil dari pembuktian yang telah dilakukan Chartrand, Salehi dan Zhang (2000) yaitu bahwa graf $G$ mempunyai $pd(G) = 2$ jika dan hanya jika $G$ adalah graf lintasan $P_n$.

Pengenalan konsep partisi pembeda telah dinyatakan oleh Chartrand dkk. (1998) yang merupakan bentuk serupa dari himpunan pembeda dari suatu graf. Chartrand dkk. (1998) menyatakan bahwa dalam merepresentasikan setiap simpul pada suatu graf $G$, yang harus dilakukan yaitu mengelompokkan simpul di graf $G$ ke dalam sejumlah kelas partisi kemudian hitung jarak tersebut ke setiap simpul di $G$.

Misalkan $G = (V, E)$ suatu graf, $S \subseteq V(G)$ dan $V(G)$. Jarak dari titik $v$ ke himpunan $S$, dinotasikan dengan $d(v, S)$ adalah $min \{d(v, x), x \in S\}$ dengan $d(v, x)$ adalah jarak dari titik $v$ ke $x$. Didefinisikan $\Pi = \{S_1, S_2, ..., S_k\}$ sebagai himpunan yang berisikan $k - partisi$ tersebut.

Misal terdapat titik $v \in V(G)$, maka representasi dari $v$ terhadap $\Pi$ didefinisikan dengan $r(v|\Pi) = \{d(v, S_1), ..., d(v, S_k)\}$. Jika titik-titik yang berbeda di $G$ mempunyai representasi yang berbeda terhadap $\Pi$, maka $\Pi$ disebut partisi penyelesaian. Jika untuk setiap dua titik berbeda $u, v \in V(G)$ berlaku $r(u \mid \Pi) \neq r(v|\Pi)$, maka $\Pi$ disebut partisi pembeda dari $V(G)$. Partisi pembeda $\Pi$ dengan kardinalitas minimum disebut partisi pembeda minimum dari $G$. Kardinalitas dari partisi penyelesaian minumum disebut dimensi partisi dari G, ditulis $pd(G)$.

Dalam hal ini, permasalahan mengenai dimensi partisi sudah banyak dikaji oleh beberapa peneliti, diantaranya Chartrand dkk. [2] mengkaji penelitian dalam bidang dimensi partisi dari graf dalam kelas graf pohon, yaitu dengan menentukan batas atas dan batas bawah dimensi partisi graf ulat, dan dimensi partisi graf bintang ganda. Selanjutnya, Darmaji [4] juga menunjukkan dimensi partisi dari graf multipartit dan graf korona dari dua buah graf yang terhubung.

Oleh karena itu, berdasarkan latar belakang di atas penulis akan membahas mengenai dimensi partisi dari graf persahabatan $f_n$ untuk $n \geq 1$. Graf persahabatan adalah graf lengkap $K_2$ yang digandakan sebanyak n kali dengan menghubungkan semua titik dari graf $nK_2$ dengan sebuah titik $K_1$. Untuk selanjutnya, titik $K_1$ disebut titik pusat $c$. Definisi dan pembahasan tentang graf persahabatan akan diuraikan pada Subbab 2.2.

## 1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian diatas pada tugas akhir ini akan ditentukan bagaimana memperoleh dimensi partisi dari suatu graf, dalam hal ini graf yang dikaji adalah graf persahabatan.

## 1.3 Tujuan Penulisan

Adapun tujuan penulisan tugas akhir ini adalah untuk mengkaji kembali tentang penentuan dimensi partisi graf persahabatan yang diberikan.

## 1.4 Sistematika Penulisan

Tugas akhir ini terdiri dari empat bab yaitu Bab I terdiri dari pendahuluan yang memuat latar belakang masalah, perumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan sistematika penulisan. Pada Bab II akan dijelaskan tentang landasan teori yang berisi materi dasar dan materi teori-teori penunjang. Selanjutnya, pada Bab III membahas tentang dimensi partisi graf persahabatan. Penulisan tugas akhir ini diakhiri dengan kesimpulan dari pembahasan.