

BAB I

KESIMPULAN DAN SARAN

Pada bab ini akan diuraikan kesimpulan dari penelitian yang telah dilakukan dan saran bagi peneliti selanjutnya.

1.1 Kesimpulan

Misalkan X adalah peubah acak dengan sebaran binomial negatif

$$P(X = x) = \binom{r+x-1}{x} p^r q^x$$

dimana $x = 0, 1, 2, \dots$ dan $0 \leq p \leq 1$, $q = 1 - p$, maka fungsi karakteristik dari sebaran binomial negatif adalah

$$\varphi_X(t) = \left(\frac{1-q}{1-qe^{it}} \right)^r$$

Selanjutnya, fungsi karakteristik dari sebaran binomial negatif dapat

dibentuk kedalam Lévy triplet (γ, σ^2, M) dimana

$$\begin{aligned} dM(x) &= \frac{1+x^2}{x^2} d\beta(x), \\ \gamma &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{rq^n}{1+n^2}, \text{ dan} \\ \sigma^2 &= \beta(+0) - \beta(-0) = 0. \end{aligned}$$

Sehingga, diperoleh representasi Lévy sebagai berikut

$$\varphi_X(t) = \exp \left[it \sum_{n=1}^{\infty} \frac{rq^n}{1+n^2} + \int_{+0}^{\infty} \left(e^{itn} - 1 - \frac{itx}{1+x^2} \right) dM(x) \right]$$

dimana $M(x) = 0$ untuk $x < 0$ dan

$$M(x) = - \int_x^\infty \frac{1+y^2}{y^2} d\beta(y) = - \sum_{x < n} \frac{rq^n}{n}$$

untuk $x > 0$.

Ukuran Lévy $M(x)$ ini digunakan dalam penentuan syarat perlu dan syarat cukup suatu sistem infinitesimal konvergen ke sebaran binomial negatif.

Selanjutnya, jika kita misalkan X_{nj} suatu peubah acak dengan index n, j dan

$\chi = \{\{X_{nj}\}\}$ suatu sistem infinitesimal dari peubah acak. Kemudian kita

notasikan $Z_n = X_{n1} + X_{n2} + \dots + X_{nj}$, untuk $j = 1, 2, \dots, k_n$. $F_{Z_n} \xrightarrow{c} F$, dimana

F adalah fungsi sebaran binomial negatif. Syarat perlu dan syarat cukup suatu

sistem infinitesimal konvergen ke sebaran binomial negatif untuk $0 < \varepsilon \leq 1/2$

adalah

i) $\sum_{j=1}^{k_n} F_{nj}(-\varepsilon) \rightarrow 0$, dan

$$\sum_{j=1}^{k_n} (F_{nj}(\varepsilon) - 1) \rightarrow - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{rq^n}{n}$$

ii) $\sum_{j=1}^{k_n} (F_{nj}(n + \varepsilon) - F_{nj}(n - 1 + \varepsilon)) \rightarrow 0$, dan

$$\sum_{j=1}^{k_n} (F_{nj}(n + \varepsilon) - F_{nj}(n - \varepsilon)) \rightarrow \frac{rq^n}{n},$$

untuk semua n dimana $n = 0, 1, 2, \dots$

iii) $\sum_{j=1}^{k_n} \int_{|x| < \varepsilon} x dF_{nj}(x) \rightarrow 0$

iv) $\sum_{j=1}^{k_n} \left(\int_{|x| < \varepsilon} x^2 dF_{nj}(x) - \left(\int_{|x| < \varepsilon} x dF_{nj}(x) \right)^2 \right) \rightarrow 0$,

untuk $n \rightarrow \infty$.

1.2 Saran

Pada penelitian ini dikaji tentang syarat perlu dan syarat cukup suatu sistem infinitesimal konvergen ke sebaran binomial negatif. Dalam mengkaji hal tersebut diperlukan penjelasan mengenai fungsi karakteristik, representasi kanonik Lévy dan syarat perlu dan syarat cukup suatu sistem infinitesimal konvergen ke sebaran binomial negatif. Selain itu, juga diperkenalkan sebaran variasonal binomial negatif sebagai suatu kasus dari suatu sistem infinitesimal yang konvergen ke sebaran binomial negatif. Penelitian selanjutnya dapat mengkaji aplikasi kekonvergenan ke sebaran binomial negatif serta keterbagian tak hingga sebaran variasonal binomial negatif.

