BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Manifold adalah gambaran umum kurva dan permukaan pada berbagai dimensi yang secara keseluruhan memberikan konteks matematis untuk memahami "ruang" dalam semua manifestasinya. Saat ini, teori manifold diperlukan pada sebagian besar bidang matematika murni dan menjadi semakin penting pada berbagai bidang seperti genetika, robotika, ekonomi, statistik, grafis komputer, pencitraan biomedis, dan teori fisika [5].

Manifold paling sederhana adalah manifold topologi yaitu suatu ruang topologi dengan tiga sifat tertentu yang menggambarkan bahwa ruang tersebut secara lokal terlihat seperti suatu ruang Euklidis $\mathbb{R}^n$. Sifat yang harus dipenuhi untuk menjadi suatu manifold topologi adalah ruang Hausdorff, *second countable* dan Euklidis berdimensi n lokal (*locally Euclidean of dimension n*). Euklidis berdimensi n lokal artinya setiap titik di X memiliki suatu lingkungan dalam X yang homeomorfik terhadap suatu himpunan bagian buka dari $\mathbb{R}^n$ [4].

Manifold *smooth* merupakan suatu jenis manifold topologi baru dengan penambahan sifat yang dapat digunakan untuk memahami turunan fungsi bernilai riil, kurva, atau peta diantara manifold. Ini akan menjadi suatu manifold topologi dengan beberapa struktur tambahan pada topologinya yang dapat mengetahui bahwa suatu fungsi adalah fungsi *smooth* pada manifold. Struktur tambahan ini disebut sebagai struktur *smooth*. Kata *smooth* disini juga dapat diartikan sebagai terdiferensial. Pada kenyataannya, tidak semua manifold topologi yang memiliki struktur *smooth*. Hal ini menunjukkan bahwa jika suatu ruang M adalah manifold topologi maka M belum tentu manifold *smooth*. Sebaliknya, jika M adalah manifold *smooth* maka M adalah manifold topologi [5].

Jenis manifold lain yang sangat dekat hubungannya dengan manifold *smooth* yaitu manifold kompleks. Manifold kompleks adalah suatu manifold *smooth* yang dilengkapi oleh struktur kompleks. Struktur kompleks ini dapat ditentukan oleh atlas holomorfik. Manifold kompleks yang berdimensi satu, dua, dan tiga secara berturut-turut disebut sebagai kurva kompleks, permukaan kompleks dan *threefold* kompleks [3].

Teori manifold kompleks telah lama diteliti oleh para ahli matematika. Hal ini terbukti dengan penelitian Schouten dan Dontzing pada tahun 1930 yang memperkenalkan konsep struktur kompleks dan metrik Hermitian pada manifold *smooth* dan menyebutnya sebagai manifold kompleks, Ehresmann pada tahun 1950 mendefinisikan *almost complex structure* pada suatu manifold *smooth* dan pada pertengahan tahun 1950-an Kodaira dan Spencer memulai studi tentang deformasi manifold kompleks [6].

Salah satu contoh yang sangat penting pada manifold kompleks yaitu ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}^n$. Ruang ini merupakan ruang kuosien yang diperoleh dari $\mathbb{C}^{n+1} \setminus \{0\}$ dengan mendefinisikan suatu kelas ekuivalen pada $\mathbb{C}^{n+1} \setminus \{0\}$. Untuk $n = 1$, ruang proyektif kompleks disebut dengan kurva proyektif kompleks. Secara geometris ruang $\mathbb{CP}$ digambarkan sebagai himpunan dari semua garis kompleks yang melalui titik asal pada $\mathbb{C}^2$. Berdasarkan uraian di atas, pada tugas akhir ini penulis tertarik untuk mengkaji ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}^n$ sebagai manifold kompleks untuk $n = 1$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang masalah di atas maka yang menjadi perumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana menunjukkan ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}^n$ sebagai manifold kompleks.

1.3 Batasan Masalah

Pada masalah ini yang akan dibahas adalah ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}^n$ sebagai manifold kompleks untuk $n = 1$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian ini adalah untuk mengkaji ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}$ sebagai manifold kompleks.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I yaitu pendahuluan yang berisikan latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan tugas akhir. Bab II yaitu landasan teori yang membahas tentang relasi ekuivalen, fungsi, ruang metrik, himpunan buka, ruang topologi dan ruang proyektif riil. Selanjutnya pada bab III berisikan pembahasan mengenai ruang proyektif riil $\mathbb{RP}^3$ sebagai manifold topologi, ruang proyektif riil $\mathbb{RP}^3$ sebagai manifold *smooth*, fungsi holomorfik dan ruang proyektif kompleks $\mathbb{CP}$ sebagai manifold kompleks berdimensi 1. Bab IV yaitu penutup yang berisikan kesimpulan.