

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Ruang vektor merupakan struktur pada aljabar yang mengaitkan himpunan yang memenuhi sifat grup yang komutatif dan himpunan yang memenuhi sifat lapangan. Pada tingkat dasar, ruang vektor dipahami sebagai himpunan yang memiliki sepuluh syarat dengan skalar pada himpunan yang memiliki sifat lapangan (kadang-kadang pada buku yang sifatnya elementer langsung disebutkan atas bilangan riil, karena bilangan riil adalah salah satu contoh lapangan). Pada contoh-contoh umum sering diberikan grup dan lapangan adalah himpunan tak berhingga, sehingga seringkali contoh-contoh tersebut terlihat abstrak.

Ruang vektor dapat dipahami dengan mudah (*relatif*) ketika pembahasan dilakukan pada himpunan-himpunan berhingga. Oleh karena itu, skripsi ini mencoba memberikan kajian tentang ruang vektor dengan mengambil himpunan-himpunan yang berhingga.

Oleh karena ruang vektor terkait dengan suatu grup yang komutatif dan suatu lapangan, maka skripsi ini memilih himpunan $M_2(\mathbb{Z}_2)$ yang merupakan himpunan matriks-matriks berukuran 2×2 dengan entri-entri pada matriks-matriks tersebut adalah elemen-elemen dari \mathbb{Z}_2 sebagai grup komutatifnya dan \mathbb{Z}_2 sebagai lapangannya. Pemilihan himpunan ini didasarkan pada

jumlah unsur pada $M_2(\mathbb{Z}_2)$ dan \mathbb{Z}_2 yang tidak terlalu banyak, sehingga untuk pembahasan dapat dijelaskan dengan contoh-contoh yang konkrit. Terutama pada kajian penentuan solusi dari sistem persamaan linier $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dengan $A \in M_2(\mathbb{Z}_2)$ dan $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{Z}_2^2$.

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka yang menjadi rumusan masalah pada tugas akhir ini adalah bagaimana bentuk solusi dari sistem persamaan linier $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dengan $A \in M_2(\mathbb{Z}_2)$ dan $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{Z}_2^2$.

1.3 Tujuan Penelitian

Adapun tujuan dari penulisan skripsi ini adalah untuk mengkaji ruang vektor $M_2(\mathbb{Z}_2)$ atas lapangan \mathbb{Z}_2 dengan menentukan :

1. Unsur dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$.
2. Sub ruang vektor dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$.
3. Basis dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$.
4. Solusi dari sistem persamaan linier $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ dengan $A \in M_2(\mathbb{Z}_2)$ dan $\mathbf{x}, \mathbf{b} \in \mathbb{Z}_2^2$.

1.4 Sistematika Penulisan

Sistematika penulisan yang digunakan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut, yaitu: BAB I Pendahuluan, memberikan gambaran singkat

tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian dan sistematika penulisan. BAB II Landasan Teori, yang membahas mengenai teori-teori sebagai acuan dasar dalam pembahasan. BAB III Pembahasan, yang akan memaparkan tentang unsur dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$, Subruang vektor dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$, dan basis dari $M_2(\mathbb{Z}_2)$. BAB IV Kesimpulan dari hasil pembahasan.

