BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Geometri diferensial adalah salah satu cabang ilmu matematika yang mempelajari tentang geometri dari kurva dan permukaan dengan menerapkan prinsip-prinsip kalkulus diferensial dan kalkulus integral. Salah satu cabang geometri diferensial adalah geometri Riemannian. Secara histori, geometri Riemannian adalah perkembangan dari geometri diferensial pada permukaan di $\mathbb{R}^3$. Misalkan $S \subset \mathbb{R}^3$ adalah suatu permukaan di $\mathbb{R}^3$, cara untuk mengukur suatu panjang vektor di S adalah dengan mengaitkan hasilkali dalam dari dua vektor di $\mathbb{R}^3$ ke suatu bilangan riil. Salah satu cara untuk menghitung panjang kurva dengan definisi adalah dengan mengintegrasikan panjang dari vektor laju. Pengamatan dari definisi suatu hasilkali dalam pada setiap titik $p \in S$ ekivalen dengan suatu bentuk kuardat I_p yang didefinisikan pada setiap bidang singgung T_pS yaitu $I_p(v) = \langle v, v \rangle$, untuk setiap $v \in T_pS$. Pengembangan pengamatan ini dikemukakan oleh Gauss pada karyanya yang dipublikasikan pada tahun 1827 [?].

Salah satu subjek yang dipelajari pada geometri Riemannian adalah manifold Riemannian. Manifold Riemannian merupakan manifold yang dilengkapi dengan suatu metrik Riemannian. Manifold adalah suatu ruang topologi yang secara lokal terlihat seperti ruang *Euclidean*. Sebagian besar penerapan teori manifold melibatkan kalkulus. Persyaratan pertama untuk mentransfer ide dari kalkulus ke manifold adalah gagasan "*smoothness*" [?]. Dalam beberapa buku, istilah fungsi *smooth* adalah fungsi yang dapat diturunkan berkali-kali dinotasikan sebagai C^∞[?]. Salah satu gagasan yang diperlukan untuk memperluas pemahaman tentang penerapan manifold pada ruang $\mathbb{R}^n$ yang melibatkan kalkulus yaitu ide tentang manifold *smooth* . Pengembangan geometri Riemannian dihasilkan dari berbagai perpaduan mengenai geometri permukaan dan teknik yang diterapkan pada manifold *smooth* pada dimensi yang lebih tinggi [?].

Pada tahun 1854, Riemann mendefinisikan suatu metrik pada manifold *smooth* yaitu metrik Riemannian. Metrik Riemannian pada dasarnya merupakan suatu hasilkali dalam pada setiap ruang singgung. Pemilihan metrik Riemannian memungkinkan untuk mendefinisikan suatu konsep panjang dan jarak pada manifold *smooth*. Selanjutnya akan ditunjukkan bagaimana sebuah metrik Riemannian mengarah pada fungsi jarak pada manifold Riemannian [?].

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas maka perumusan masalah pada penelitian ini adalah bagaimana mendeskripsikan konsep dari metrik Riemannian pada manifold *smooth* dan sifat-sifat fungsi jarak pada manifold Riemannian.

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini pembahasan mengenai sifat-sifat fungsi jarak pada manifold Riemannian dibatasi pada ruang *Euclidean* $\mathbb{R}^n$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan ini, yaitu

1. Mengkaji metrik Riemannian dan manifold Riemannian beserta contoh dari manifold Riemannian.
2. Mengkaji sifat-sifat fungsi jarak pada manifold Riemannian.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan tugas akhir ini terdiri dari empat bab. Bab I yaitu pendahuluan yang berisikan latar belakang dari penulisan tentang konsep metrik Riemannian, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan penulisan, dan sistematika penulisan penelitian ini. Bab II yaitu landasan teori yang membahas mengenai fungsi, ruang hasilkali dalam, ruang norm, ruang metrik, ruang topologi, dan manifold *smooth* . Selanjutnya pada bab III berisikan pembahasan mengenai sifat-sifat metrik *Euclidean* pada $\mathbb{R}^n$, definisi metrik Riemannian beserta contoh dan sifat-sifat fungsi jarak pada manifold Riemannian. Bab IV yaitu penutup yang berisikan kesimpulan dan saran untuk penelitian selanjutnya.