BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Suatu manifold adalah generalisasi dari suatu kurva dan permukaan ke berbagai dimensi yang memberikan konteks matematika untuk memahami ruang dalam semua perwujudannya. Teori manifold sangat diperlukan dalam sebagian besar subbidang matematika murni dan menjadi semakin penting dalam berbagai bidang seperti genetika, robotika ekonometri, statistika, grafis komputer, penggambaran biomedis, dan terutama di bidang *mathematics-theoretical physics.* [?]

Selama satu atau dua abad yang lalu, ahli matematika telah mengembangkan suatu konsep yang menakjubkan yang memungkinkan untuk berpikir secara geometris dalam dimensi yang lebih tinggi. Konsep ini memungkinkan untuk berpikir secara geometris tentang solusi himpunan berdimensi 6 dari persamaan polinomial dalam empat variabel kompleks atau manifold berdimensi 10 dari matrik ortogonal 5×5, semudah memikirkan tentang *sphere* berdimensi 2 yang lazim di $\mathbb{R}^3$. Teori manifold telah lama diteliti oleh para ahli matematika terbukti dengan penelitian pada manifold berdimensi 3 oleh matematikawan Perancis Henri Poincarê pada tahun 1895, manifold berdimensi 4 ditemukan oleh Michael Freedman di tahun 1982 dan manifold berdimensi 5 dan lebih tinggi ditemukan oleh Stephen Smale di tahun 1961. [?]

Untuk melihat manifold sebagai objek matematika yang bukan sebagai suatu himpunan bagian dari suatu ruang yang lebih besar, maka dikenalkan suatu konsep yang disebut ruang topologi. Topologi adalah cabang dari ilmu matematika yang berbicara tentang sifat-sifat dari himpunan-himpunan yang tidak berubah oleh deformasi kontinu. Topologi merupakan kajian objek geometri yang fleksibel dengan mengawetkan proses deformasi objek, seperti dapat ditekuk, ditarik keluar atau kedalam tanpa mengakibatkan rusaknya objek tersebut. Salah satu sifat yang terpenting dari suatu topologi adalah diawetkan oleh homeomorfisma (pemetaan kontinu dengan inversnya kontinu). [?]

Manifold paling sederhana adalah manifold topologi, yang merupakan ruang topologi dengan sifat-sifat tertentu yang menggambarkan bahwa ruang tersebut secara lokal terlihat seperti $\mathbb{R}^n$. Suatu manifold topologi adalah ruang topologi dengan tiga sifat khusus, yaitu Hausdorff, mempunyai *countable basis*, dan Euklidis berdimensi n lokal, contohnya kurva dan permukaan. Persyaratan pertama untuk mengubah pemikiran dari kalkulus ke manifold adalah suatu pengertian tentang *smoothness*. Selanjutnya dikenalkan suatu struktur tambahan yang dikatakan *smooth structure*, yang dapat ditambahkan ke manifold topologi yang memungkinkan untuk memahaminya dalam pengertian turunan. [?]

1.2 Perumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang masalah di atas maka perumusan masalah pada penelitian ini, adalah:

1. Bagaimana manifold yang memiliki struktur topologi dengan tiga sifat khusus yang selanjutnya disebut dengan manifold topologi.

2. Bagaimana bentuk baru dari manifold topologi apabila ditambahkan *smooth structure*.

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini yang akan dibahas adalah manifold topologi dan manifold *smooth* yang dibatasi pada ruang Euklidis $\mathbb{R}^n$.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan penulisan ini, yaitu:

1. Mengkaji manifold topologi pada ruang Euklidis $\mathbb{R}^n$ yang memiliki sifat-sifat Hausdorff, mempunyai *countable basis* dan Euklidis berdimensi n lokal.

2. Mengkaji tentang manifold topologi dengan *smooth structure*.

1.5 Sistematika Penulisan

Penulisan pada penelitian ini terdiri dari empat bab, yaitu Bab I Pendahuluan, yang berisikan latar belakang, perumusan masalah, pembatasan masalah, tujuan masalah dan sistematika penulisan. Bab II Landasan teori, yang membahas tentang relasi ekuivalen, fungsi, ruang metrik dan ruang topologi. Bab III Pembahasan, berisikan penjelasan tentang proses menentukan sifat-sifat manifold topologi dan manifod topologi dengan *smooth structure* dan contoh kasus perhitungannya. Bab IV Penutup yang berisi kesimpulan dari penelitian ini.